

## Bemessung von Silos

**Dr.-Ing. Peter Knödel, SFI/IWE**

**Beratender Ingenieur**

**ö.b.u.v. Sachverständiger für „Schweißtechnik – Sonderbauten in Metall“**

**[www.peterknoedel.de](http://www.peterknoedel.de)**



**Professor für Stahlbau an der HS Augsburg**

**Baumgartner Str. 16, D-86161 Augsburg**

**Tel. +49(0) 821 – 5586 – 3102, Fax – 3126**

**[peter.knoedel@hs-augsburg.de](mailto:peter.knoedel@hs-augsburg.de)**

**Fachhochschule München**

**Karlstraße 6, D-80333 München**

**Workshop EC3 – Rechenbeispiele**

**21. März 2009**

## **0.1 Inhalt**

0.1	Inhalt	2
0.2	Verzeichnis der Anhänge	3
<u>1.</u>	<u>Einleitung</u>	<u>5</u>
<u>2.</u>	<u>Begriffe</u>	<u>8</u>
<u>3.</u>	<u>Geometrie und Betriebsdaten</u>	<u>9</u>
<u>4.</u>	<u>Lasten</u>	<u>11</u>
4.1	Eigenlasten G	11
4.2	Füllung F	11
4.3	Wind W	12
4.4	Schnee / Verkehr VS	12
4.5	Betriebsdrücke PU, PÜ	13
4.6	Schiefstellung phi	13
4.7	Sonstige	13
4.8	Kombinationen	14
<u>5.</u>	<u>Schnittgrößen und Spannungen</u>	<u>15</u>
5.1	Mittragende Breite	15
5.2	Dach	16
5.3	Dacheckring	17
5.4	Schaft	17
5.5	Standzarge	18
5.6	Trichter	18
5.7	Abzweigung	19
5.7.1	Querschnittswerte	19
5.7.2	Vertikallast im Trichter – Ansatz I	20
5.7.3	Vertikallast im Trichter – Ansatz II	20
5.7.4	Entlastung der Trichterecke	21
5.8	Auflagerkräfte	21
5.8.1	Charakteristische Lasten	21
5.8.2	Bemessungslasten	22
<u>6.</u>	<u>Nachweise</u>	<u>23</u>
6.1	Allgemeines	23
6.2	Dach	24
6.3	Dacheckring	25
6.4	Schaft	25
6.5	Standzarge	26
6.6	Trichter	27
6.6.1	Trichtermantel	27
6.6.2	Abzweigungsbereich	27
6.7	Auflagerung	28
6.8	Stahlunterkonstruktion / Aufständering	28
<u>7.</u>	<u>Zusammenfassung</u>	<u>29</u>
<u>8.</u>	<u>Literaturhinweise und Quellen</u>	<u>31</u>
8.1	Normen und Regelwerke	31
8.2	Fachliteratur	31
8.3	Sonstiges	32

## **0.2 Verzeichnis der Anhänge**

### **Geometrie** **6 Seiten**

- G1A Herleitung der mittragenden Breite bei Zylinderschalen (Rechenblatt, 3 Seiten)
- G2A Querschnittswerte der Abzweigung (Rechenblatt, 3 Seiten)

### **Lasten** **21 Seiten**

- F1A Fülllasten nach DIN 1055-6:2005 bzw. EC1-4:2006 (Rechenblatt, 21 Seiten)

### **Beulnachweise** **19 Seiten**

- B1A Axialdruck-Beulnachweis für den Schaft (Rechenblatt, 6 Seiten)
- B1B Außendruck-Beulnachweis für den Schaft (Rechenblatt, 7 Seiten)
- B2A Axialdruck-Beulnachweis für die Standzarge (Rechenblatt, 6 Seiten)

### **Knicknachweise** **2 Seiten**

- K1A Knicknachweis Ringträger in der Ebene (Rechenblatt, 2 Seiten)

### **Zusammenfassung der Anhänge**

<u>Anzahl</u>	<u>Bezeichnung</u>
6	Geometrie
21	Lasten
19	Beulnachweise
2	Knicknachweise

---

**48    Seiten Anhänge gesamt**

## 1. Einleitung



Fotos: Knödel 2008 / 2004



Der Eurocode 3 Teil 4-1:2007 ist in der bayerischen Liste der Technischen Baubestimmungen noch nicht aufgeführt. Baurechtlich ist diese Norm daher quasi nichtexistent. Dem bemessenden Ingenieur bleibt die Anwendung der Norm unbenommen, wenn er das (sinnvollerweise vorher!) mit dem beauftragten Prüfingenieur klärt. Dieser wird nur insoweit zustimmen können, als keine Regeln der bisher bauaufsichtlich eingeführten Normen verletzt werden.

Nichtsdestotrotz bleibt es den beiden vorbehalten, diese Norm als neuesten Stand der Technik aufzufassen.

Ich beschränke mich in den folgenden Ausführungen auf zylindrische Siloschäfte mit isotropen Wänden gleicher Wanddicke. Die komplizierteren Beulnachweise für Zylinderschalen mit abgestufter Wanddicke entfallen damit.

Die Bemessung eines Silos lebt in starkem Maße von der Lastermittlung nach EC1-4 (bzw. DIN 1055-6:2005) und von den Stabilitätsnachweisen des Schalentragwerkes nach EC3-1-6, welche die Bemessung wesentlich bestimmen.

Die Schüttgutnorm EC1-4 ist sehr kompliziert, es gibt mehrtägige Seminare, in denen den Anwendern in spe diese Norm nahegebracht werden soll. Damit das vorliegende Beispiel nicht zu sehr ausufert, wird die Berechnung der Schüttgutlasten in einem Rechenblatt im Anhang kommentarlos wiedergegeben.

Die Stahlbau-Grundnorm „EC3-1-6: Festigkeit und Stabilität von Schalen“ (2007) ist uns ebenfalls neu und unbekannt. Wir kannten bisher nur eine Stabilitäts-Grundnorm (DIN 18800-4) und Anwendungsnormen für bestimmte Gewerke, wie z.B. Stahlschornsteine oder Antennen, in denen Regeln zur Bemessung und Konstruktion enthalten waren. Hier haben wir eine 105-seitige Norm zur Bemessung von Schalentragwerken, die eigentlich auf so einem Workshop zuerst eingehend diskutiert werden müsste, bevor man dann die Anwendung auf Silos betrachtet. Auch diesbezüglich wird aus der genannten Norm nur das wesentlichste wiedergegeben, die Stabilitätsberechnungen sind als Rechenblätter jeweils im Anhang enthalten.

Weitere allgemeine Hinweise:

Einheiten:

Dem üblichen Gebrauch im Stahlbau folgend sind nicht bezeichnete Zahlenwerte in den Einheiten  
mm, kN, kNm, N/mm<sup>2</sup>, ...  
zu verstehen.

Indizes

Indizes werden vereinfachend durch Komma abgetrennt, z.B.

$\gamma_{,M2} = \gamma_{M2}$                       lies: gamma Index M2

Gleichungs- Tabellen- und Abschnittsnummern:

Nachfolgend angegebene Gleichungs- Tabellen- und Abschnittsnummern beziehen sich auf die DIN EN 1993-4-1:2007 [4].

Warnvermerk 1:

Das vorliegende Skript kann das eigene, sorgfältige Studium des EC3 nicht ersetzen.

Warnvermerk 2:

Das vorliegende Skript ist nicht als Musterstatik gedacht. Es zeigt nur in knapper Form den „roten Faden“ durch die wichtigsten Teile der Berechnung.

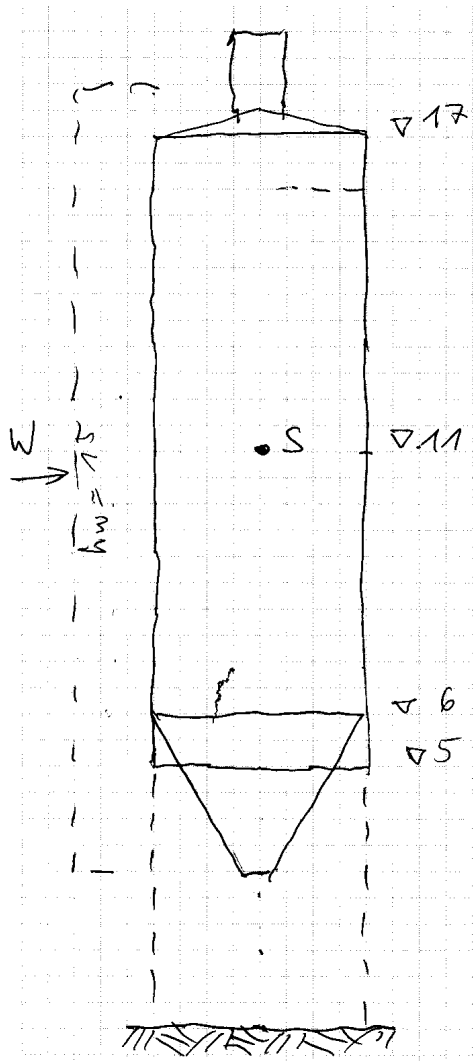
## **2. Begriffe**

Behälter	Oberbegriff für Silos und Tanks
hopper (engl.)	Trichter
Schaft	zylindrischer Teil der Silozelle
Silo	Laut Duden: der oder das Silo Behälter für (körnige) Schüttgüter, siehe auch Tanks
Tanks	Behälter für Flüssigkeiten
Indizes	
h	hopper



### 3. Geometrie und Betriebsdaten

Die Abmessungen eines Beispielsilos sind im Folgenden angegeben.



Abmessungen:

- +0,0 Aufstellebene
- +5,0 UK Standzarge
- +6,0 OK Trichter
- +16,0 eingebnete Schüttgutoberfläche
- +17,0 Traufe
- +19,0 OK Filter
- 4000 Durchmesser
- 5,0 Einheitliche Wanddicke im Schaft
- 30° Trichterneigung gegen die Vertikale
- 15° Dachneigung gegen die Horizontale

Werkstoff  
 S235 JR (EN 10025)

Füllung:  
 Mais

Betriebsdrücke:  
 45 / -5 mbar (Trotz Filter!!!)

Kenngrößen, die im Folgenden noch benötigt werden:

Radius:  $R = 2000 \text{ mm}$

Umfang:  $U = \pi * 4000 \text{ mm} = 12566 \text{ mm}$

Füllquerschnitt = Projizierte Dachfläche:

$$A = \pi * 4,0^2 \text{ m}^2 / 4 = 12,6 \text{ m}^2$$

Metallischer Querschnitt:  $A_{\text{met}} = 12566 \text{ mm} * 5,0 \text{ mm} = 628 \text{ cm}^2$

Widerstandsmoment:  $W = \pi * 2000^2 \text{ mm}^2 * 5,0 \text{ mm} = 62800 \text{ cm}^3$

Nennvolumen im Schaft bis zur eingeebneten Schüttgutoberfläche

$$V_{\text{nenn}} = 12,6 \text{ m}^2 * 10 \text{ m} = 126 \text{ m}^3$$

Maximalvolumen im Schaft bis zur Traufe

$$V_{\text{max}} = 12,6 \text{ m}^2 * 11 \text{ m} = 139 \text{ m}^3$$

theor. Höhe Trichter:  $H_{\text{h}} = 2000 \text{ mm} / \tan 30^\circ = 3464 \text{ mm}$

Füllvolumen Trichter:  $V_{\text{h}} = 12,6 \text{ m}^2 * 3,46 \text{ m} / 3 = 14,5 \text{ m}^3$

theor. Höhe Dach:  $H_{\text{d}} = 2000 \text{ mm} * \tan 15^\circ = 536 \text{ mm}$

Füllvolumen Dach:  $V_{\text{h}} = 12,6 \text{ m}^2 * 0,54 \text{ m} / 3 = 2,3 \text{ m}^3$

Nennvolumen Gesamt  $V_{\text{nenn,ges}} = 126 \text{ m}^3 + 14,5 \text{ m}^3 = 141 \text{ m}^3$

physikalisch mögliches Maximalvolumen

$$V_{\text{max}} = 139 \text{ m}^3 + 14,5 \text{ m}^3 + 2,3 \text{ m}^3 = 156 \text{ m}^3$$

Wahrer Krümmungsradius am Dacheck

$$R_{\text{eff}} = 2000 \text{ mm} / \sin 15^\circ = 7727 \text{ mm}$$

Wahrer Krümmungsradius am Trichteranschluss

$$R_{\text{eff}} = 2000 \text{ mm} / \cos 30^\circ = 2309 \text{ mm}$$

Windangriffsfläche:  $A_{\text{w}} = 4 \text{ m} * 15 \text{ m} = 60 \text{ m}^2$

## **4. Lasten**

### **4.1 Eigenlasten G**

Überschlägig:

Blechfläche:  $A = \pi * 4 \text{ m} * 16 \text{ m} = 200 \text{ m}^2$

Gewicht:  $G = 200 \text{ m}^2 * 5,0 \text{ mm} * 0,08 \text{ kN}/(\text{mm} * \text{m}^2) = 80 \text{ kN}$

### **4.2 Füllung F**

Eingeebnete Schüttgutoberfläche auf +16,0 entspricht max. Füllhöhe im Schaft

$$z_{\text{max}} = 10,0 \text{ m}$$

Die Schüttgut-Daten von Mais werden DIN 1055-6 Anhang E Tabelle E.1 entnommen

$$\gamma = 7,0 \text{ kN}/\text{m}^3 / 8,0 \text{ kN}/\text{m}^3 \quad \text{Wichte}$$

$$\varphi = 27^\circ / 35^\circ \quad \text{Winkel der inneren Reibung}$$

$$\lambda = 0,46 / 0,60 \quad \text{Horizontallastverhältnis}$$

$$\mu = 0,29 / 0,45 \quad \text{Wandreibungskoeffizient für Wandtyp D2 (glatt nach Tab. 3)}$$

Gesamte Nenn-Fülllast

$$G_{\text{füll}} = 8 \text{ kN}/\text{m}^3 * 141 \text{ m}^3 = 1130 \text{ kN}$$

Physikalisch mögliche Maximallast

$$G_{\text{max}} = 8 \text{ kN}/\text{m}^3 * 156 \text{ m}^3 = 1250 \text{ kN}$$

das entspricht ca. 111 % der Nenn-Fülllast – siehe hierzu die Anmerkungen im Abschnitt „Kombinationen“.

Anmerkung:

Bei der Ermittlung der Schüttgutlasten wird der Silo als Massenflusssilo betrachtet. Dies ist bei einem Winkel der inneren Reibung bis  $35^\circ$  und einer Trichterneigung von  $30^\circ$  eigentlich grenzwertig nicht gegeben.

### **4.3 Wind W**

Überschlägig wird mit  $q_{0,0} = 0,8 \text{ kN/m}^2$  gerechnet.

Überschlägig wird für den Zylinder ein Kraftbeiwert von  $c_{f,0} = 0,70$  angesetzt.

Horizontale Windlast:

$$H_{w,0} = 60 \text{ m}^2 * 0,80 \text{ kN/m}^2 * 0,7 = 34 \text{ kN}$$

Angriffshöhe für die Windlast nach DIN 1055-4 Bild C.1:

$$h_{w,0} = 3,0 \text{ m} + 0,6 * 15 \text{ m} = 12,0 \text{ m}$$

Kippmoment aus Wind, bezogen auf die Aufstellenebene:

$$M_{w,0} = 34 \text{ kN} * 12 \text{ m} = 408 \text{ kNm}$$

Kippmoment aus Wind, bezogen auf UK Standzarge (grob und sicher)

$$M_{w,UK} = 34 \text{ kN} * 13 \text{ m} / 15 \text{ m} = 293 \text{ kNm}$$

Windsog:

$$N_{w,0} = -0,6 * 12,6 \text{ m}^2 * 0,80 \text{ kN/m}^2 = -6 \text{ kN}$$

Ausmitte für die Windsoglast:

$$D/20 = 4,0 \text{ m} / 20 = 0,20 \text{ m}$$

Kippmoment aus Windsog:

$$M_{w,W} = 6 \text{ kN} * 0,20 \text{ m} = 1,2 \text{ kNm}$$

### **4.4 Schnee / Verkehr VS**

Hier gewählt:

$$s = 1,0 \text{ kN/m}^2$$

$$p = 2,0 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{maßgebend})$$

Anmerkung:

Bei Silos mit Geländern kann immer der Schnee in einer Höhe von 1,10 m plus x liegen. Ich halte es daher nicht für sinnvoll, hier z.B. den Abminderungsfaktor für Dächer anzusetzen.

Flächige Verkehrslasten werden üblicherweise alternativ zu Schnee angesetzt.

Gesamte Verkehrslast:

$$VS = 2,0 \text{ kN/m}^2 * 12,6 \text{ m}^2 = 25,2 \text{ kN}$$

Einzellasten sind praktisch Begehungslasten (dicker Monteur mit Werkzeugkoffer), die bei der Bemessung von Dachsparren maßgebend werden.

#### **4.5 Betriebsdrücke PU, PÜ**

PÜ: 45 mbar Überdruck entspricht  $4,5 \text{ kN/m}^2$

PU: 5 mbar Unterdruck entspricht  $0,5 \text{ kN/m}^2$

#### **4.6 Schiefstellung phi**

$$\varphi = 1/200$$

Gesamtes Kippmoment aus Schiefstellung, Eigenlasten und Füllung

$$M_{,\varphi} = \text{ca. } 1200 \text{ kN} * 11 \text{ m} / 200 = 66 \text{ kNm}$$

#### **4.7 Sonstige**

Generell

z.B. Erdbeben, Staubexplosion, Anprall werden hier nicht berücksichtigt

(siehe z.B. Knödel 2007)

Lasten oder abweichende Lastzustände aus pneumatischem Befüllen, Belüftungsböden und Fluidisieren des Schüttgutes werden hier nicht berücksichtigt.

Dach

Geländer, aufgeständerte Dachbühnen, Befüllleitungen, Eigengewicht und Kippmoment aus den Windlasten auf den Filter werden hier nicht berücksichtigt

Schaft

Anbauten für an- und ablaufende Rohrleitungen, möglicherweise mit Temperaturlasten oder nicht-rotationssymmetrische Beanspruchungszustände aus heiß eingefülltem Schüttgut, werden hier nicht berücksichtigt, ebensowenig wie Lasten aus exzentrischem Befüllen und Entleeren oder Kernfluss.

Trichter

Anhängelasten aus dem Austragsorgan und ggf. Fördereinrichtungen werden hier nicht berücksichtigt.

#### **4.8 Kombinationen**

Zum Kombinieren der Lasten werden die üblichen Verfahren, d.h.  $\gamma_{,F}$  und  $\psi$ -Werte nach EC1 verwendet.

Für die Fülllasten würden wir gerne einen Teil-UN-Sicherheitsbeiwert von nur  $\gamma_{,F} = 1,2$  verwenden.

Dies ist wie folgt begründbar:

- Das spezifische Gewicht des Schüttgutes berücksichtigt bereits eine obere und eine untere Schranke mit einem 5 %- bzw. 95 %-Fraktilwert.
- Mehr als bis unter das Dach kann der Silo nicht gefüllt werden, es handelt sich daher um eine kontrollierte und in ihrer Höhe zwangsläufig begrenzte Einwirkung.

Aber siehe EC1-4 Abs. A.2.1 (2)

“Wenn die maximale Füllhöhe und die größten anzusetzenden Wichten der zur Lagerung vorgesehenen Flüssigkeiten nicht überschritten werden können, darf der Sicherheitsbeiwert  $\gamma_{,F}$  von 1,50 auf 1,35 reduziert werden.“

## **5. Schnittgrößen und Spannungen**

### **5.1 Mittragende Breite**

Die Herleitung der mittragenden Breite von zylindrischen Schalenstreifen ist in Anhang G1A wiedergegeben.

Die mittragende Breite beträgt

$$b_{,m} = 0,778 \sqrt{(R \cdot T)}$$

siehe hierzu auch EC3-1-6 Abs. C.5.1.

Sie ist an eine Symmetriebedingung gebunden, d.h. vom Lastangriff aus gesehen muss nach beiden Seiten mindestens die mittragende Breite vorhanden sein. Ist dies nicht der Fall, weil z.B. der Lastangriff an einem Schalenrand liegt, kann die mittragende Breite bis auf den halben Wert absinken.

An anderer Stelle ist im EC3-1-6 eine größere mittragende Breite mit 0,975 als Koeffizient angegeben (z.B. Abs. B.3.1). Diese ist jedoch ausdrücklich im Zusammenhang mit plastischen Kollapsmechanismen genannt. Der Wert ist insofern nicht nachvollziehbar, als sonst die mittragenden Breiten für die plastische Bemessung kleiner sind als für die elastische Bemessung (vgl. DIN 18800-1 Tabellen 13 und 15).

In einer Veröffentlichung von Bär (1983) gibt dieser unter Bezug auf Schwaigerer (1978) eine mittragende Breite an von

$$b_{,m,Bär} = 1,85 \sqrt{(R \cdot T)} = \text{FALSCH}$$

auf jeder Seite des Kegelanschlusses (Gl. 25 a, Bild 5). Hierbei fällt auf:

- Der Zahlenwert 1,85 kann bei Schwaigerer (1978) nicht identifiziert werden. Schwaigerer beschreibt die Ausdehnung von Biegestörspannungen und gibt dafür Werte von  $1 \text{ ./} . 1,25 \sqrt{(D \cdot T)}$  an, dies entspricht  $1,41 \text{ ./} . 1,78 \sqrt{(R \cdot T)}$  (Abb. 2.35 a u. b sowie Gl. 2.31 a und b)
- In der ersten Auflage beschreibt Schwaigerer (1961) ebenfalls den Verlauf von Biegestörspannungen „am umschnürten Hohlzylinder“ (Abb. 33) und gibt den Nulldurchgang in einer Entfernung von  $1,35 \sqrt{(D \cdot T)}$  an, dies entspricht  $1,91 \sqrt{(R \cdot T)}$

- Der Nulldurchgang der Biegestörungen hat mit der mittragenden Breite nichts zu tun.

Der beschriebene falsche Wert von Bär wurde in der Folge von etlichen Tragwerksplanern begeistert aufgegriffen und verwendet. Eine interessante juristische Frage ist, ob sich der Tragwerksplaner im Schadensfall darauf berufen kann, dass der Wert „der Fachliteratur“ entnommen sei.

Der Grund, warum in diesem Zusammenhang noch keine Schäden bekannt geworden sind, liegt nach Ansicht des Verfassers weniger daran, dass die mittragende Breite vielleicht doch größer ist als angegeben, sondern daran, dass die in erheblichem Maße vorhandene Bettungswirkung aus dem Schüttgut bis jetzt nicht adäquat in die Bemessung einfließt (Knödel 1995 und 2008).

## **5.2 Dach**

Aus innerem Überdruck

Umfangsspannung

$$\sigma_{\varphi} = p \cdot R / T \quad (\text{„Kesselformel“})$$

für R wird hier der wahre Krümmungsradius angesetzt

$$\sigma_{\varphi,d} = 1,5 \cdot 4,5 \text{ kN/m}^2 \cdot 7727 \text{ mm} / 5 \text{ mm} = +10,4 \text{ N/mm}^2$$

Längsspannung

$$\sigma_{x} = p \cdot R / 2T = \sigma_{\varphi} / 2$$

$$\sigma_{x,d} = 10,4 \text{ N/mm}^2 / 2 = +5,5 \text{ N/mm}^2$$

Aus innerem Unterdruck

Umfangsspannung

$$\sigma_{\varphi,d} = 1,5 \cdot 0,5 \text{ kN/m}^2 \cdot 7727 \text{ mm} / 5 \text{ mm} = -1,16 \text{ N/mm}^2$$

Längsspannung

$$\sigma_{x,d} = -1,16 \text{ N/mm}^2 / 2 = -0,58 \text{ N/mm}^2$$

Aus Schnee:

Die Lasten können näherungsweise als normal zur Dachschale wirkend angenommen werden, dann braucht man keine anderen Formeln.



### **5.3 Dacheckring**

Näherungsweise kann bei flachen Dächern angenommen werden, dass die Meridianspannungen des Daches horizontal auf den Dacheckring wirken.

Innerer Überdruck

$$n_{,x} = +5,5 \text{ N/mm}^2 * 5 \text{ mm} = +27,5 \text{ N/mm}$$

Im Dacheckring entsteht daraus eine Umfangskraft von

$$N_{,\varphi} = -27,5 \text{ N/mm} * 2000 \text{ mm} = -55 \text{ kN} \quad (\text{Stabilitätsproblem})$$

Innerer Unterdruck

$$n_{,x} = -0,58 \text{ N/mm}^2 * 5 \text{ mm} = -2,9 \text{ N/mm}$$

Im Dacheckring entsteht daraus eine Umfangskraft von

$$N_{,\varphi} = -(-2,9 \text{ N/mm}) * 2000 \text{ mm} = +5,8 \text{ kN} \quad (\text{Festigkeitsproblem})$$

### **5.4 Schaft**

Aus Eigenlasten

$$\sigma_{,x} = G / A_{,met}$$

$$\sigma_{,x} = 80 \text{ kN} / 628 \text{ cm}^2 = -1,3 \text{ N/mm}^2$$

Aus Schnee/Verkehr

$$\sigma_{,x} = 25,6 \text{ kN} / 628 \text{ cm}^2 = -0,4 \text{ N/mm}^2$$

Aus innerem Überdruck

Umfangsspannung

$$\sigma_{,\varphi} = p * R / T \quad (\text{„Kesselformel“})$$

$$\sigma_{,\varphi} = 4,5 \text{ kN/m}^2 * 2000 \text{ mm} / 5 \text{ mm} = +1,8 \text{ N/mm}^2$$

Längsspannung

$$\sigma_{,x} = p * R / 2T = \sigma_{,\varphi} / 2$$

$$\sigma_{,x,d} = 1,8 \text{ N/mm}^2 / 2 = +0,9 \text{ N/mm}^2$$

Längsspannung aus innerem Unterdruck

$$\sigma_{,x} = -0,5 \text{ kN/m}^2 * 2000 \text{ mm} / (2 * 5 \text{ mm}) = -0,1 \text{ N/mm}^2$$

Längsspannungen aus Wind-Kippmoment:

$$\sigma_{,x} = 187 \text{ kNm} / 62800 \text{ cm}^3 = 3,0 \text{ N/mm}^2$$

Die Schnittgrößen und Spannungen aus Füllung werden in Anhang F1A ermittelt.

Die maximalen Längsdruckspannungen betragen

$$\sigma_{,x} = -14,2 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{Anhang F1A, S. 16 oben})$$

Die maximalen Umfangszugspannungen betragen

$$\sigma_{,\varphi} = +12,4 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{Anhang F1A, S. 15 mitte})$$

Fülllasten normal zur Wand, die als sicher vorhanden betrachtet werden, sind:

$$p_{,h,f} = 22,4 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{Anhang F1A, S. 4 unten})$$

Hinweis:

Im EC3 ist nicht geregelt, mit welchem Kombinationsbeiwert das angesetzt werden soll. Bisher war vorgeschrieben: 0,5-fach.

## **5.5 Standzarge**

Längsspannung aus Füllung ohne Erhöhung, jedoch mit der „eingehängten“ Trichterlast.

$$\sigma_{,x} = 1130 \text{ kN} / 628 \text{ cm}^2 = 18 \text{ N/mm}^2$$

Die Meridianspannung beträgt aus PU, Wind, Füllung

$$\sigma_{,x,d} \leq 1,5 * (-0,1 \text{ N/mm}^2) + (-3,0 \text{ N/mm}^2) + (-18 \text{ N/mm}^2) = -31,7 \text{ N/mm}^2$$

## **5.6 Trichter**

Die Schnittgrößen und Spannungen aus Füllung werden in Anhang F1A ermittelt.

Die maximalen Längszugspannungen betragen

$$\sigma_{,x} = +12,4 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{Anhang F1A, S. 21 unten})$$

Die maximalen Umfangszugspannungen betragen

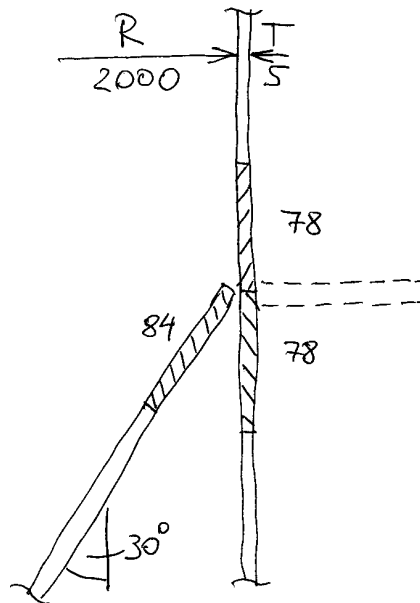
$$\sigma_{,\varphi} = +24,9 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{Anhang F1A, S. 21 mittel})$$

Fülllasten normal zur Wand, die als sicher vorhanden betrachtet werden, sind:

$$p_{,h,f} = 41,2 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{Anhang F1A, S. 4 unten})$$

## 5.7 Abzweigung

### 5.7.1 Querschnittswerte



Verschneidungsbereich zwischen Schaft, Trichter und Standzarge (= „Abzweigung“)

Lage einer möglichen Ringsteife

Mittragende Breite der Zylinderschale (siehe Anhang G1A)

$$b_{,m} = 0,778 * \sqrt{(R * T)}$$

$$b_{,m} = 0,778 * \sqrt{(2000 \text{ mm} * 5 \text{ mm})} = 78$$

Mittragende Breite der Trichterschale

$$b_{,m} = 0,778 * \sqrt{(2309 \text{ mm} * 5 \text{ mm})} = 84$$

Eine zusätzliche Ringsteife kann entfallen (siehe unten).

Die Querschnittswerte werden aus einer gesonderten Rechnung zur Verfügung gestellt, siehe Anhang G2A.

Als Koordinatenursprung wird die Schalenmittelfläche der Zylinderschale gewählt.

Schwerpunktsabstand:

$$y_{,S} = 16 \text{ mm (innerhalb der Zylinderschale)}$$

Schwerpunktsradius des Abzweigungsbereiches

$$R,S = 2000 \text{ mm} - 16 \text{ mm} = 1984 \text{ mm}$$

$$I_z = 62 \text{ cm}^4$$

### 5.7.2 Vertikallast im Trichter – Ansatz I

Das Trichtervolumen beträgt

$$V_{,h} = 14,5 \text{ m}^3$$

Es herrscht die Vorstellung, dass über dem Trichter noch ein Schüttkegel mitzurechnen sei. Geschätzt wird eine Überschüttungslast von ca. 50 % der Trichterfüllung, das ergibt

$$V_{,h,eff} = \text{ca. } 20 \text{ m}^3$$

$$G = 20 \text{ m}^3 * 8 \text{ kN/m}^3 = 160 \text{ kN}$$

Vertikale Abreiblast an der Trichter-Anschlussnaht

$$n_{,x} = 160 \text{ kN} / 12566 \text{ mm} = 12,7 \text{ N/mm} = 12,7 \text{ kN/m}$$

Horizontalkomponente (wirkt nach innen)

$$n_{,r} = -12,7 \text{ N/mm} * \tan 30^\circ = -7,4 \text{ N/mm}$$

Umfangs-Normalkraft im Abzweigungsbereich:

$$N_{,\varphi} = -7,4 \text{ N/mm} * 1984 \text{ mm} = -14,6 \text{ kN}$$

### 5.7.3 Vertikallast im Trichter – Ansatz II

Meridionale Abreiblast an der Trichter Anschlussnaht aus den Trichter-Meridianspannungen:

$$n_{,x} = 12,4 \text{ N/mm}^2 * 5 \text{ mm} = 62 \text{ N/mm}$$

Horizontalkomponente (wirkt nach innen):

$$n_{,r} = -62 \text{ N/mm} * \sin 30^\circ = -31 \text{ N/mm}$$

Umfangs-Normalkraft im Abzweigungsbereich:

$$N_{,\varphi} = -31 \text{ N/mm} * 1984 \text{ mm} = -61,5 \text{ kN}$$

Anmerkung:

Der Ansatz I liegt um den Faktor 4 auf der unsicheren Seite, tatsächlich liegt hier das Gewicht von ca. 2/3 des Silovolumens auf dem Trichter.

Dies ist nicht tatsächlich so, sondern ergibt sich rechnerisch durch die ungünstige Kombination der oberen und unteren Schranken der Schüttguteigenschaften sowie einem implizit enthaltenen Erhöhungsfaktor, der die dynamischen Effekte bei der Entleerung berücksichtigt.

#### 5.7.4 Entlastung der Trichterecke

Entlastend wird angesetzt:

Die Schüttgutlast, die auf die mittragende Breite der Zylinderschale wirkt

$$n_{,r} = 22,4 \text{ kN/m}^2 * 78 \text{ mm} = +1,8 \text{ N/mm}$$

Die horizontale Komponente der Schüttgutlast, die auf die mittragende Breite der Kegelschale wirkt

$$n_{,r} = 41,2 \text{ kN/m}^2 * 84 \text{ mm} * \cos 30^\circ = +3,0 \text{ N/mm}$$

Gesamt:

$$n_{,r} = +1,8 \text{ N/mm} + 3,0 \text{ N/mm} = +4,8 \text{ N/mm}$$

Entlastende Umfangs-Normalkraft im Abzweigungsbereich:

$$N_{,\varphi} = +4,8 \text{ N/mm} * 1984 \text{ mm} = +9,5 \text{ kN}$$

### **5.8 Auflagerkräfte**

#### 5.8.1 Charakteristische Lasten

80 kN      Eigengewicht

1130 kN      Füllung

25 kN      Verkehr / Schnee

0 kN      Betriebsüber- / -unterdruck

(Gleichgewichtsgruppe, liefert nur bei Bodenverankerten Silozellen Auflagerkräfte)

34 kN      Wind horizontal

410 kN      Kippmoment aus Wind

66 kN      Kippmoment aus Schiefstellung (EG + F)

Stützenlasten aus Biegemomenten

$$N = 4 * M / (N_{,Stützen} * D_{,Lochkreis})$$

Wind:

$$N_{,wind} = 4 * 410 \text{ kNm} / (4 * 4 \text{ m}) = 103 \text{ kN}$$

Schiefstellung

$$N_{,\varphi} = 4 * 66 \text{ kNm} / (4 * 4 \text{ m}) = 17 \text{ kN}$$

### 5.8.2 Bemessungslasten

Maximale Vertikallast:

Füllung als veränderliche Leiteinwirkung

$$F_{,\text{vertikal},d} = 1,35 * 80 \text{ kN} + 1,35 * 1130 \text{ kN} + 1,5 * 0,5 * 25 \text{ kN} = 1650 \text{ kN}$$

Maximale Last je Stütze

$$N_{,d,\text{max}} = 1650 \text{ kN} / 4 + 1,5 * 17 \text{ kN} + 1,5 * 0,5 * 103 \text{ kN} = 515 \text{ kN}$$

Minimale Last je Stütze

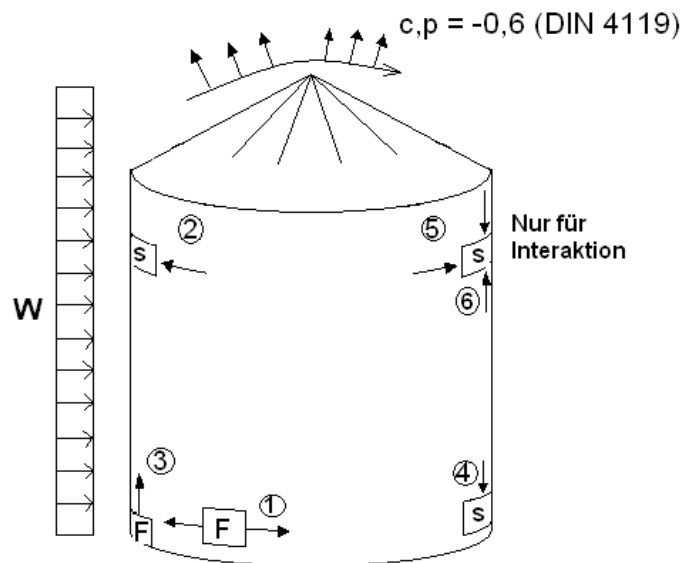
Wind als veränderliche Leiteinwirkung:

$$N_{,d,\text{min}} = 1,0 * 80 \text{ kN} / 4 - 1,5 * 103 \text{ kN} = -135 \text{ kN}$$

## 6. Nachweise

### 6.1 Allgemeines

In der folgenden Skizze ist dargestellt, an welchen Stellen für einen Behältermantel Nachweise zu führen sind. Dabei werden jeweils andere Lasten bzw. Lastkombinationen maßgebend.



Nachweisstellen für den Behältermantel:

F = Festigkeitsnachweis; S = Stabilitätsnachweis

- Stelle 1: max Umfangzugkraft
- Stelle 2: max Umfangdruckkraft aus Wind und innerem Unterdruck
- Stelle 3: max Ankerzug aus Windsog und Windkippen
- Stelle 4: max Längsdruck aus EG, Füllung, Schiefstellung, Wind
- Stelle 5: Umfangdruck aus innerem Unterdruck, (reduziert durch Hecksog)  
Interaktion mit Stelle 6
- Stelle 6: Längsdruck aus Eigengewicht und Windkippen  
Interaktion mit Stelle 5

Nach EC3-1-6 sind 4 unterschiedliche Grenzzustände abzuarbeiten:

LS1 Plastische Grenze oder Zugbruch

Der Begriff „Zugbruch“ ist dabei wohl eine sehr unglückliche Übersetzung von „rupture“.

LS2 Zyklisches Plastizieren

Dieser Grenzzustand beschreibt Kurzzeitermüdung bzw. low cycle fatigue

Die Angabe dieses Grenzzustandes überrascht hier, dem Verfasser ist kein sonst nach den Regeln der Kunst bemessener Behälter bekannt, der durch Kurzzeitermüdung gefährdet sein könnte.

LS3 Stabilitätsversagen durch Beulen

Hier werden unterschiedliche Konzepte angegeben, von der Handrechnung nach der Membrantheorie bis zu geometrisch und physikalisch nichtlinearen Berechnungen

LS4 Ermüdung

Hier ist die Zeit- und Dauerfestigkeit angesprochen, wobei eine Nachweisgrenze von  $10^4$  Lastwechseln vorgeschlagen wird.

## **6.2 Dach**

Festigkeitsnachweis Dach gegen inneren Überdruck PÜ / Störfalldruck / Explosion:

Kritische Anmerkung zu 7.3.1 (2):

“Die berechneten Oberflächenvergleichsspannungen aus Schalenbiegung und Membrankräften sollten für jeden Punkt in der Schale auf folgenden Vergleichsspannungswiderstand begrenzt werden:“

Elegante Bemessungskonzepte benutzen bei Schalenträgwerken gerne ringförmige Fließgelenke. Das bietet sich deshalb an, weil ein ringförmiges Fließgelenk entlang eines Umfangskreises in der Schale nicht bewirkt, dass die Schale kinematisch wird, so wie das z.B. bei Stabtragwerken häufig gegeben ist. Selbstverständlich muss über die Anzahl der Lastwechsel nachgedacht werden, in der Regel wird hier  $N = 10000$  als Grenze einer Ermüdungsbeanspruchung angesehen (wird so auch im Abs. 4.1.4 (3) empfohlen); im AD-Regelwerk gibt es auch konservativere Ansätze. Die oben zitierte Forderung, dass die Oberflächen-, d.h. Außenfaser, Vergleichsspannungen auf  $f, y, d$  begrenzt werden, erzwingt ein rein elastisches Nachweisverfahren. Das ist langweilig und unsportlich.

Stabilitätsnachweis nach EC3-4-1 Gl. 7.2:



Kritischer Außendruck:

$$p_{n,R,cr} = 2,65 * E * (T * \cos \varphi / R)^{2,43} * (\tan \varphi)^{1,6}$$

$$p_{n,R,cr} = 2,65 * 2,1 * 10^5 \text{ N/mm}^2 * (5 \text{ mm} * \cos 15^\circ / 2000 \text{ mm})^{2,43} * (\tan 15^\circ)^{1,6}$$

$$p_{n,R,cr} = 2,65 * 2,1 * 10^5 \text{ N/mm}^2 * 4,37 * 10^{-7} * 0,122 = 0,0296 \text{ N/mm}^2 = 29,6 \text{ kN/m}^2$$

Bemessungswert des Beul-Außendruckes nach Gl. 7.3

$$p_{n,Rd} = \alpha_p * p_{n,R,cr} / \gamma_{M1}$$

mit

$$\alpha_p = 0,20$$

$$\gamma_{M1} = 1,1$$

$$p_{n,Rd} = 0,20 * 29,6 \text{ kN/m}^2 / 1,1 = 5,4 \text{ kN/m}^2$$

Bemessungswert der stabilitätsrelevanten (d.h. nach unten gerichteten) Flächenlast auf dem Dach aus EG, PU und VS:

$$q_{d} \leq 1,5 * (0,5 \text{ kN/m}^2 + 0,5 \text{ kN/m}^2 + 2,0 \text{ kN/m}^2) = 4,5 \text{ kN/m}^2$$

Ausnutzungsgrad:

$$\eta = 4,5 \text{ kN/m}^2 / 5,4 \text{ kN/m}^2 = 0,83$$

Anmerkung:

Nach bisherigem Regelwerk (z.B. DIN 18800-4) waren derart flache Kegelschalen vom Stabilitätsnachweis ausdrücklich ausgenommen.

### **6.3 Dacheckring**

Sinngemäß wie die Abzweigung.

In EC3-4-1 wird auf EC3-4-2 „Tankbehälter“ verwiesen.

### **6.4 Schaft**

Die Beanspruchung des Mantels aus den durch EC1-4 vorgegebenen Lastverhältnissen ist im Anhang F1A wiedergegeben.

Die Umfangsspannung unmittelbar oberhalb des Trichteranschlusses beträgt

$$\sigma_{\varphi,d} \leq 1,5 * (2,7 \text{ N/mm}^2 + 12,4 \text{ N/mm}^2) = +23 \text{ N/mm}^2$$

(kein detaillierter Festigkeitsnachweis erforderlich)

Die Meridianspannung beträgt aus PU, Wind, Füllung

$$\sigma_{x,d} \leq 1,5 * (-0,1 \text{ N/mm}^2) + (-3,0 \text{ N/mm}^2) + (-14,2 \text{ N/mm}^2) = -26 \text{ N/mm}^2$$

Für die Beulnachweise nach EC3-1-6 wird Herstellungsklasse B („hoch“) gewählt. Dies hat unmittelbaren Einfluss auf die einzuhaltenden geometrischen Toleranzen in EC3-1-6 Abs. 8.4 ff.

Die Zahlenrechnung für den Axialdruck-Beulnachweis ist in Anhang B1A wiedergegeben.

Der Bemessungswert der aufnehmbaren Längsspannung unter Berücksichtigung der sicher vorhandenen Flächenlast beträgt

$$\sigma_{x,Rd} = 84,9 \text{ N/mm}^2$$

Der Ausnutzungsgrad beträgt

$$\eta = 26 \text{ N/mm}^2 / 84,9 \text{ N/mm}^2 = 0,31$$

Die Zahlenrechnung für den Außendruck-Beulnachweis ist in Anhang B1B wiedergegeben.

Der Bemessungswert der aufnehmbaren Umfangsspannung beträgt

$$\sigma_{\varphi,Rd} = 3,24 \text{ N/mm}^2$$

Der Ausnutzungsgrad bei Unterdruck und Wind beträgt

$$\eta = 0,13$$

## **6.5 Standzarge**

Für die Standzarge muss ebenfalls ein Axialdruck-Beulnachweis geführt werden. Günstig wirkt hier möglicherweise die kurze Schalenlänge, entlastender Innendruck ist jedoch nicht vorhanden.

Auf der Beanspruchungsseite brauchen aber nicht die Wandspannungen aus Entleerungslasten und ringförmiger Horizontallast berücksichtigt zu werden.

Die Zahlenrechnung für den Axialdruck-Beulnachweis ist in Anhang B2A wiedergegeben.

Der Bemessungswert der aufnehmbaren Längsspannung unter Berücksichtigung der sicher vorhandenen Flächenlast beträgt

$$\sigma_{x,Rd} = 75,1 \text{ N/mm}^2$$

Der Ausnutzungsgrad beträgt

$$\eta = 31,7 \text{ N/mm}^2 / 75,1 \text{ N/mm}^2 = 0,42$$

## **6.6 Trichter**

### **6.6.1 Trichtermantel**

Die Beanspruchung des Trichtermantels aus den durch DIN 1055-6 vorgegebenen Lastverhältnissen ist im Anhang wiedergegeben.

Die Umfangsspannung am oberen Rand beträgt

$$\sigma_{h,\varphi,d} = 1,5 * 24,9 \text{ N/mm}^2 = 37,4 \text{ N/mm}^2$$

Die Meridianspannung am oberen Rand beträgt

$$\sigma_{h,x,d} = 1,5 * 12,4 \text{ N/mm}^2 = 18,6 \text{ N/mm}^2$$

Die Anschlußnaht des Trichters an den Zylindermantel wird üblicherweise mit

$$a = T$$

bzw.

$$a = T/\sqrt{2} = \text{ca. } 0,7 * T$$

ausgeführt. Weitere Nachweise sind daher nicht erforderlich.

Der Beulnachweis des Trichters für inneren Unterdruck wird in der Regel nicht maßgebend.

### **6.6.2 Abzweigungsbereich**

Umfangs-Normalkraft im Abzweigungsbereich:

$$N_{\varphi,d} = 1,5 * (-61,5 \text{ kN}) + 1,0 * 9,5 = -82,8 \text{ kN}$$

Umfangs-Spannung im Abzweigungsbereich

$$\sigma_{\varphi,d} = -82,8 \text{ kN} / 12 \text{ cm}^2 = 69 \text{ N/mm}^2$$

Der Knicknachweis für den Ringträger wird im Anhang geführt. Der Bemessungswert der aufnehmbaren Normalkraft beträgt

$$N_{\varphi,Rd} = 70 \text{ kN}$$

Der Ausnutzungsgrad beträgt

$$\eta = 82,8 \text{ kN} / 70 \text{ kN} = 1,18$$

Hinweise:

- Die Bemessungs-Knickspannung beträgt nach EC3-4-1 Abs. 8.3.3 Gl. 8.30:

$$\sigma_{i\varphi,Rd} = 4 * E * I_z / (A_{et} * r_{g^2} * \gamma_{M1})$$

$$\sigma_{,ip,Rd} = 4 * 2,1 * 10^5 \text{ N/mm}^2 * 660000 \text{ mm}^4 / (1200 \text{ mm}^2 * (1984 \text{ mm})^2 * 1,1)$$

$$\sigma_{,ip,Rd} = 107 \text{ N/mm}^2$$

Der Ausnutzungsgrad beträgt:

$$\eta = 69 \text{ N/mm}^2 / 107 \text{ N/mm}^2 = 0,64$$

- Auffällig ist hierbei, dass im Zähler der Formel für  $\sigma_{,ip}$  der Koeffizient 4 steht (statt 3). Dies gilt für richtungstreue Lasten; auf der sicheren Seite verwendet man hier üblicherweise normalentreue Lasten.
- Weiter ist auffällig, dass die zur Eulerschen Knicklast des Ringträgers gehörende Spannung als „Bemessungswert“ angegeben wird.
- Am auffälligsten ist, dass nach Abs. 8.3.3 (4) der Nachweis von vorne herein entfallen kann, da der vorhandene halbe Kegelöffnungswinkel mit  $30^\circ$  größer ist als ein empfohlener Grenzwinkel von  $20^\circ$ .  
Das ist ein sehr erfreulicher Ansatz und impliziert, dass der Winkel zwischen Trichter und Zylinder so groß ist, dass der Trichter als Aussteifung wirken kann. Diesen Ansatz haben Knödel/Thiel bereits 1991 verfolgt, ein schlüssiger Beleg ist bisher nicht bekannt. Auch hier wären entsprechende Quellenangaben in einem Hintergrunddokument von Nöten.

## **6.7 Auflagerung**

Die Nachweise für die Auflagerung, d.h. die Ein- oder Durchleitung der Stützenlasten bis zur Schale ist sehr komplex. Eine Darstellung und Kommentierung würde hier den Rahmen sprengen.

Der Leser wird diesbezüglich auf die Darstellung in EC3-4-1 Abs. 8 verwiesen.

## **6.8 Stahlunterkonstruktion / Aufständigung**

Stützen, Verbände, Anschlüsse und die Verankerung werden nach üblichen Stahlbauregeln bemessen und nachgewiesen.

(wird hier nicht wiedergegeben)

## **7. Zusammenfassung**

Der Eurocode 3 Teil 4-1:2007 trägt nach meinem Eindruck deutlich die Handschrift meines Freundes und Kollegen Prof. Michael Rotter aus Edinburgh, was zunächst für fachlich hohe Qualität spricht. Prof. Rotter verbrachte die Anfänge seines Berufslebens in Australien, und dort werden bestimmte Silo-Details mit völlig anderen Abmessungen gebaut als hierzulande.

Die Vielzahl der Angaben ist häufig eher verwirrend, man vermisst oft einen roten Faden, Angaben zu „warum und vor welchem Hintergrund“, hier wird dringend ein Hintergrund-Dokument mit Quellenangaben und Erläuterungen benötigt.

Nützlich sind einige Angaben z.B. zum Knicknachweis der „Abzweigung“ wo man jetzt aufgrund geometrischer Parameter Nachweise nicht mehr führen muss, die früher aufgrund vorsichtiger Annahmen häufig bemessungsbestimmend waren.

Leider fällt auch bei dieser Norm das schauerhafte Deutsch auf und die Trivialität der Regelungen. Aussagen wie:

Anmerkung unter Abs. 1.7.3 (4)

„Eine gerade Ringsteife, die aus der Ebene der Kastenwand heraus biegebeansprucht wird (was der Normalfall ist), verbiegt sich um ihre vertikale z-Querschnittsachse.“

Abs. 1.7.4 (1)

Der Index beschreibt die Richtung, in der die Kraft Normalspannungen erzeugt. ...

$n_x$  Membrankraft in Meridianrichtung

$n_\theta$  Membrankraft in Umfangsrichtung bei Schalen

sind nicht sehr hilfreich und verschwenden nur Platz.

Noch eine Anmerkung vor dem Hintergrund der Honorarfrage:

Die Berechnung eines Silos kann leicht zwischen 20 und 40 Stunden dauern, gerne auch länger, je nachdem, wie kompliziert der Silo mit An-, Auf- und Einbauten ist, wie viele Lastfälle zu berücksichtigen sind und wie scharf gerechnet werden soll.

Wie man im Verlauf der vorstehenden Berechnungen erkannt hat, ist der hier behandelte Beispiel-Silo mit einer konstruktiv gewählten Wanddicke von 5 mm für Dach, Schaft und Trichter völlig überdimensioniert. Falls als Werkstoff z.B. 1.4571 einzusetzen ist, mit einem Einkaufspreis der Bleche von derzeit ca. 8 EUR/kg, würde der Auftraggeber vom Tragwerksplaner wahrscheinlich erwarten, dass der Silo überwiegend in 2-3 mm Wanddicke gebaut wird. Entsprechend kompliziert werden dann die Nachweise für die Abzweigung (Trichteranschluss) und den Dacheckring mit zusätzlichen außenliegenden Ringsteifen, möglicherweise noch mehr Ringsteifen am Siloschaft wegen den Unterdrucklastfällen und einer aufwändigen Einleitung der Stützenlasten von 530 kN in eine „papierdünne“ Zylinderschale.

## **8. Literaturhinweise und Quellen**

### **8.1 Normen und Regelwerke**

- [1] DIN 1055: Einwirkungen auf Tragwerke.  
Teil 6: Einwirkungen auf Silos und Flüssigkeitsbehälter. März 2005. Berichtigung 2006.  
(In LTB 2007 Baden-Württemberg aufgeführt)
- [2] DIN EN 1990:2002-10 (EC0)  
Grundlagen der Tragwerksplanung.
- [3] DIN EN 1991 (EC1): Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke.  
Teil 1-1:2002-10 Allgemeine Einwirkungen auf Tragwerke; Wichten, Eigengewicht und  
Nutzlasten im Hochbau. Deutsche Fassung EN 1991-1-1:2002.  
Teil 1-3:2004-09 Allgemeine Einwirkungen; Schneelasten. Deutsche Fassung EN 1991-1-  
3:2003.  
Teil 1-4:2005-07 Allgemeine Einwirkungen; Windlasten. Deutsche Fassung EN 1991-1-  
4:2005.  
Teil 4: Einwirkungen auf Silos und Flüssigkeitsbehälter. Deutsche Fassung EN 1991-  
4:2006. Ausgabe Dezember 2006. Entwurf Nationaler Anhang Juli 2007.
- [4] DIN EN 1993 Eurocode 3 (EC3): Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten.  
Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Deutsche Fassung  
EN 1993-1-1:2005.  
Teil 1-6: Festigkeit und Stabilität von Schalen; Deutsche Fassung EN 1993-1-6:2007. Aus-  
gabe Juli 2007.  
Teil 4-1: Silos. Juli 2007. Deutsche Fassung EN 1993-4-1:2007.  
(in LTB Bayern vom Jan. 09 nicht aufgeführt)
- [5] DIN EN 14015: Auslegung und Herstellung standortgefertigter, oberirdischer, stehender,  
zylindrischer, geschweißter Flachboden-Stahl tanks für die Lagerung von Flüssigkeiten bei  
Umgebungstemperatur und höheren Temperaturen; Deutsche Fassung EN 14015:2004. Feb-  
ruar 2005. (siehe auch DIN 4119)
- [6] VdTÜV-Merkblatt Tankanlagen 960-2002/1: Richtlinie für die Herstellung von Flachboden-  
tanks mit besonderen Anforderungen. Dezember 2002.

### **8.2 Fachliteratur**

- [7] Bär, A.: Zur Berechnung von Aussteifungsringen dünnwandiger Stahlbehälter mit schiefem,  
hängendem Kreiskegelboden. Bautechnik (1983), Heft 9, S. 321-327.  
ACHTUNG! Hier steht die von Schwaigerer (1978) falsch abbeschriebene mittragende Brei-  
te von  $1,85 * \sqrt{R*T}$
- [8] Knödel, P., Thiel, A.: Zur Stabilität von Zylinderschalen mit konischen Radienübergängen  
unter Axiallast. Stahlbau 60 (1991), H. 5, S. 139-146.
- [9] Knödel, P.: Stabilitätsuntersuchungen an kreiszylindrischen stählernen Siloschüssen. Disser-  
taion, Universität Karlsruhe 1995.
- [10] Knoedel, P., Ummenhofer, T.: Stability of Shells - Cases which are not Covered by the  
Codes, pp 413-419. ICSAS '95, Proceedings of the Third Int. Conf. on Steel and Aluminium  
Structures, Istanbul 24.-26. May 1995.

- [11] Ummenhofer, T., Knoedel, P.: Typical Imperfections of Steel Silo Shells in Civil Engineering. Proceedings, Imperfections in Metal Silos - Measurement, Characterisation and Strength Analysis, pp. 103-118. BRITE/EURAM concerted action CA-Silo Working Group 3: Metal Silo Structures. International Workshop, INSA, Lyon, 19.04.96.
- [12] Knoedel, P., Ummenhofer, T.: Substitute Imperfections for the Prediction of Buckling Loads in Shell Design. Proceedings, Imperfections in Metal Silos - Measurement, Characterisation and Strength Analysis, pp. 87-101. BRITE/EURAM concerted action CA-Silo Working Group 3: Metal Silo Structures. International Workshop, INSA, Lyon, 19.04.96.
- [13] Knödel, P., Ummenhofer, T.: Ein einfaches Modell zum Stabilitätsnachweis zylindrischer Schalentragwerke auf Einzelstützen. Stahlbau 67 (1998), Heft 6, S. 425-429.
- [14] Knoedel, P.: Tests for Structural Buckling. Section 40.4 in Brown, C.J., Nielsen, J. (eds): Silos - Fundamentals of theory, behaviour and design. E & FN Spon, London 1998, pp 642-644.
- [15] Ummenhofer, T., Knoedel, P.: Modelling of Boundary Conditions for Cylindrical Steel Structures in Natural Wind. Paper No. 57 in Papadrakakis, M., Samartin, A., Onate, E. (eds.): Proc., Fourth Int. Coll. on Computational Methods for Shell and Spatial Structures IASS-IACM, June 4-7, 2000, Chania-Crete, Greece.
- [16] Knoedel, P., Ummenhofer, T.: Flat Bottom Tanks Endangered by Ice Lenses. In Krupka, V. (ed.): Proc., Int. Conf. Design, Inspection, Maintenance and Operation of Cylindrical Steel Tanks and Pipelines. Prague, Czech Republic, 8.-11. Oct. 2003.
- [17] Knoedel, P., Ummenhofer, Th.: Design of Squat Steel Tanks with  $R/T > 5000$ . TP056 in Motro, R. (ed.): Proc., IASS Symposium: Shell and Spatial Structures from Models to Realization, Montpellier, 20-24 September 2004.
- [18] Knödel, P., Ummenhofer, Th.: Ankerkräfte bei kurzen Zylinderschalen. Stahlbau 75 (2006), Heft 9, S. 723-728.
- [19] Knödel, P.: Schweißanschlüsse bei „Außergewöhnlichen Einwirkungen“. Vortrag in der SLV Mannheim am 01.02.2007. Skript herunterladbar von [www.peterknoedel.de](http://www.peterknoedel.de).
- [20] Knoedel, P.: Recent Silo Codes – and still Structural Failure? (invited lecture) International Symposium in honour of Prof. J.M. Rotter, Edinburgh, 30<sup>th</sup> June until 2<sup>nd</sup> July 2008. pp 113-122 in: Chen, J.F., Ooi, J.Y., Teng, J.G. (eds): Structures and Granular Solids – From Scientific Principles to Engineering Applications. Taylor & Francis Group, London 2008.
- [21] Schwaigerer, S.: Festigkeitsberechnung von Bauelementen des Dampfkessel-, Behälter- und Rohrleitungsbaus. Springer, Berlin 1961.
- [22] Schwaigerer, S.: Festigkeitsberechnung im Dampfkessel-, Behälter- und Rohrleitungsbaus. 3. Auflage, Springer, Berlin 1978.

### **8.3 Sonstiges**

- [23] Knödel, P.: Lehrmaterialien zur Vorlesung Behälterbau an der Fachhochschule Karlsruhe, von 2003 bis 2007 laufend aktualisiert, erreichbar unter [www.peterknoedel.de/lehre/lehre.htm](http://www.peterknoedel.de/lehre/lehre.htm)



- [24] Knödel, P.: Lehrunterlagen Stahlbau an der Fachhochschule Augsburg, herunterladbar über [www.peterknoedel.de/lehre/lehre.htm](http://www.peterknoedel.de/lehre/lehre.htm) seit März 2007 laufend aktualisiert.  
Skriptum zu  
Grundaufgaben – Bemessung von Bauteilen – Festigkeit – Balken unter Biegung  
Grundaufgaben – Bemessung von Bauteilen – Stabilität – Kippen von Biegeträgern

## Mittragende Breite bei Zylinderschalen

(Formular mittragende\_Breite\_Herleitung\_09-03-14.mcd)

Die mittragende Breite wurde ursprünglich z.B. im Zusammenhang mit ringversteiften Rohrleitungen hergeleitet (z.B. Diss. Mang 1965)

Unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften erhält man als Reaktion auf eine Verschiebung der Schalenwand nach innen die radiale Streckenlast  $n_r$  und das Krepelmoment  $m_x$  (z.B. Behälterskript Knödel)

$$n_r = w_0 \cdot 4 \cdot K \cdot \lambda^3$$

Das zugehörige Moment beträgt

$$m_x = w_0 \cdot 2 \cdot K \cdot \lambda^2$$

Aus der radialen Streckenlast entsteht eine Umfangsnormalkraft

$$N_\varphi = -n_r \cdot R = -w_0 \cdot 4 \cdot K \cdot \lambda^3 \cdot R$$

Aus den Größen  $n_r$  und  $m_x$  entsteht ein Maximalwert der Umfangskraft  $n_\varphi$

$$n_\varphi = \frac{E \cdot T}{K} \cdot \left( \frac{-n_r}{2 \cdot R \cdot \lambda^3} + \frac{m_x}{2 \cdot R \cdot \lambda^2} \right) = \frac{E \cdot T}{K \cdot 2 \cdot R \cdot \lambda^2} \cdot \left( \frac{-n_r}{\lambda} + m_x \right)$$

$$n_\varphi = \frac{E \cdot T}{K \cdot 2 \cdot R \cdot \lambda^2} \cdot \left( -w_0 \cdot 4 \cdot K \cdot \lambda^2 + w_0 \cdot 2 \cdot K \cdot \lambda^2 \right) = \frac{E \cdot T}{K \cdot 2 \cdot R \cdot \lambda^2} \cdot \left( -w_0 \cdot 2 \cdot K \cdot \lambda^2 \right) = \frac{-w_0 \cdot E \cdot T}{R}$$

Der Maximalwert der Umfangsspannung hieraus beträgt

$$\sigma_\varphi = \frac{-w_0 \cdot E}{R}$$

Definitionsgemäß ergibt sich die mittragende Breite aus

$$N_\varphi = \sigma_\varphi \cdot T \cdot b_m$$

Daher ist

$$b_m = \frac{N_\varphi}{\sigma_\varphi \cdot T} = \frac{-w_0 \cdot 4 \cdot K \cdot \lambda^3 \cdot R}{\frac{-w_0 \cdot E}{R} \cdot T} = \frac{4 \cdot K \cdot \lambda^3 \cdot R^2}{E \cdot T}$$

Unter Verwendung von

$$K = \frac{E \cdot T^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}$$

und

$$\lambda = \frac{\sqrt[4]{3 \cdot (1 - \mu^2)}}{\sqrt{R \cdot T}}$$

erhält man

$$b_m = \frac{4 \cdot E \cdot T^3 \cdot \lambda^3 \cdot R^2}{12 \cdot (1 - \mu^2) \cdot E \cdot T} = \frac{T^2 \cdot \lambda^3 \cdot R^2}{3 \cdot (1 - \mu^2)}$$

$$b_m = \frac{R^2 \cdot T^2}{3 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \frac{\sqrt[4]{3^3 \cdot (1 - \mu^2)^3}}{\sqrt{R^3 \cdot T^3}} = \frac{R^2 \cdot T^2}{\sqrt{R^3 \cdot T^3}} \cdot \frac{\sqrt[4]{3^3 \cdot (1 - \mu^2)^3}}{3 \cdot (1 - \mu^2)}$$

$$b_m = \frac{R \cdot T}{\sqrt{R \cdot T}} \cdot \frac{\sqrt[4]{3^3 \cdot (1 - \mu^2)^3}}{\sqrt{3^4 \cdot (1 - \mu^2)^4}} = \sqrt{R \cdot T} \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{3 \cdot (1 - \mu^2)}} = 0.77796 \cdot \sqrt{R \cdot T} = 0.778 \cdot \sqrt{R \cdot T}$$

Wird die Forderung nach Symmetrie - d.h. einer waagerechten Tangente - aufgegeben, dann vereinfachen sich die Ausdrücke zu

$$N_\varphi = -n_r \cdot R$$

mit der maximalen Umfangsspannung

$$\sigma_\varphi = \frac{-n_r}{2 \cdot R \cdot \lambda^3} \cdot \frac{E \cdot T}{K} \cdot \frac{1}{T}$$

$$b_m = \frac{-n_r \cdot R \cdot 2 \cdot R \cdot \lambda^3 \cdot K}{-n_r \cdot E \cdot T} = \frac{2 \cdot R^2 \cdot \lambda^3 \cdot K}{E \cdot T} = \frac{2 \cdot R^2 \cdot E \cdot T^3}{12 \cdot (1 - \mu^2) \cdot E \cdot T} \cdot \frac{\sqrt[4]{3^3 \cdot (1 - \mu^2)^3}}{\sqrt{R^3 \cdot T^3}}$$

$$b_m = \frac{R^2 \cdot T^2}{\sqrt{R^3 \cdot T^3}} \cdot \frac{\sqrt[4]{3^3 \cdot (1 - \mu^2)^3}}{6 \cdot (1 - \mu^2)} = \sqrt{R \cdot T} \cdot \frac{\sqrt[4]{3^3 \cdot (1 - \mu^2)^3}}{\sqrt{6^4 \cdot (1 - \mu^2)^4}} = \sqrt{R \cdot T} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{2^4 \cdot 3 \cdot (1 - \mu^2)}}$$

$$b_m = \sqrt{R \cdot T} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt[4]{3 \cdot (1 - \mu^2)}} = \sqrt{R \cdot T} \cdot 0.38898 = \frac{0.778}{2} \cdot \sqrt{R \cdot T}$$

## Aus dünnwandigen Rechtecken zusammengesetzter Querschnitt

(Formular QW-Allg\_06-08-10.mcd)

### Geometrie

$i$  = Zeilennummer, die Zeilen entsprechen den einzelnen Teil-Querschnitten

$B$  = Breite = lange Seite des Teil-Querschnittes

$T$  = Dicke = kurze Seite des Teil-Querschnittes

$y, z$  = Rechts- bzw. Hoch-Koordinate des Schwerpunktes eines Teilquerschnittes in einem globalen Koordinatensystem mit beliebigem Ursprung

$\varphi$  = Neigungswinkel (Altgrad) zwischen einer langen Kante des Teil-Querschnittes und der Vertikalen

$$B := \begin{pmatrix} 78 \\ 78 \\ 84 \\ 120 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

$$T := \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

$$\varphi := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 30 \\ 90 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \text{Grad}$$

$$y := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 84 \cdot \sin(30\text{Grad}) + 3 \\ -60 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \text{mm} \quad z := \begin{pmatrix} 39 \\ 39 \\ 84 \cdot \cos(30\text{Grad}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

$$N_{\text{Zeil}} := \text{zeilen}(B)$$

$$N_{\text{Zeil}} = 7$$

$$i := 1..N_{\text{Zeil}}$$

### Querschnittswerte der Einzelquerschnitte (in den lokalen Hauptachsen)

Fläche  $A_i := B_i \cdot T_i$   $A = \begin{pmatrix} 3.9 \\ 3.9 \\ 4.2 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{pmatrix} \text{cm}^2$

Trägheitsmomente (groß)  $I_{\xi_i} := \frac{T_i \cdot (B_i)^3}{12}$   $I_{\xi} = \begin{pmatrix} 19.8 \\ 19.8 \\ 24.7 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{pmatrix} \text{cm}^4$

Trägheitsmomente (klein)  $I_{\eta_i} := \frac{B_i \cdot (T_i)^3}{12}$   $I_{\eta} = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{pmatrix} \text{cm}^4$

(Zentrifugalmomente sind im lokalen Hauptachsensystem identisch Null)

**Querschnittswerte der Einzelquerschnitte  
 (globale Koordinaten durch den Einzel-Schwerpunkt)**

$$I_{y_i} := \frac{I_{\xi_i} + I_{\eta_i}}{2} + \frac{I_{\xi_i} - I_{\eta_i}}{2} \cdot \cos(2 \cdot \varphi_i)$$

$$I_{z_i} := \frac{I_{\xi_i} + I_{\eta_i}}{2} - \frac{I_{\xi_i} - I_{\eta_i}}{2} \cdot \cos(2 \cdot \varphi_i)$$

$$I_{yz_i} := -\frac{I_{\xi_i} - I_{\eta_i}}{2} \cdot \sin(2 \cdot \varphi_i)$$

### Querschnittswerte des Gesamtquerschnittes

Fläche

$$A_{\text{ges}} := \sum_i A_i$$

$$A_{\text{ges}} = 12.0 \text{ cm}^2$$

Schwerpunkt

$$y_S := \frac{\sum_i (y_i \cdot A_i)}{A_{\text{ges}}}$$

$$y_S = 16 \text{ mm}$$

$$z_S := \frac{\sum_i (z_i \cdot A_i)}{A_{\text{ges}}}$$

$$z_S = 51 \text{ mm}$$

### Trägheitsmomente

$$I_{y,\text{ges}} := \sum_i \left[ I_{y_i} + A_i \cdot (z_i - z_S)^2 \right]$$

$$I_{y,\text{ges}} = 89 \text{ cm}^4$$

$$I_{z,\text{ges}} := \sum_i \left[ I_{z_i} + A_i \cdot (y_i - y_S)^2 \right]$$

$$I_{z,\text{ges}} = 62 \text{ cm}^4$$

$$I_{yz,\text{ges}} := \sum_i \left[ I_{yz_i} + A_i \cdot (y_i - y_S) \cdot (z_i - z_S) \right]$$

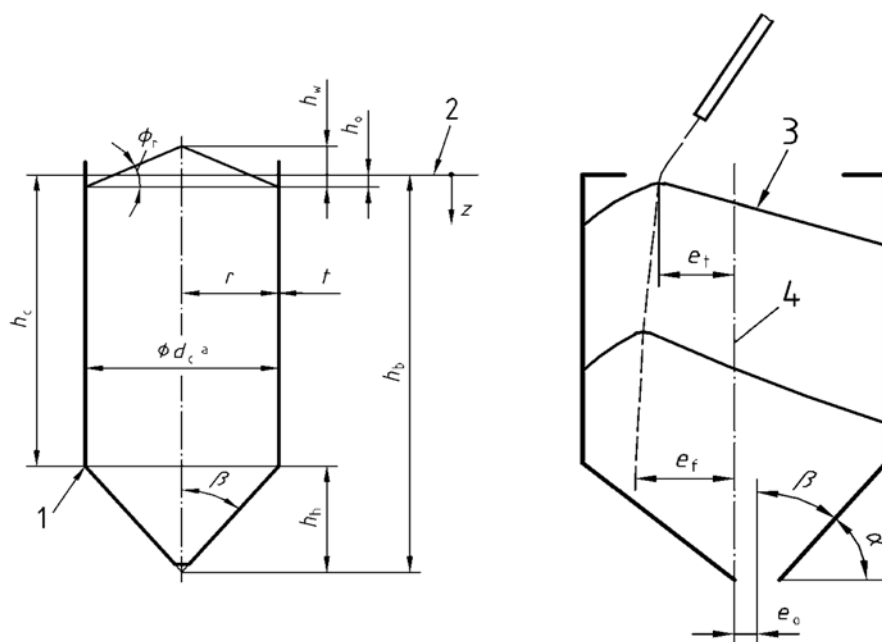
$$I_{yz,\text{ges}} = 31 \text{ cm}^4$$

## Schüttgutlasten nach DIN 1055 Teil 6 (2005-03) mit Berichtigung 1:2006-02 und Eurocode 1 - DIN EN 1991-4 (2006-12) für kreisförmige Silozellen

(Formular 1055-6\_2005\_und\_1991-4\_2006\_08-11-30.xmcd - geändert)

Bei den folgenden Verweisen auf Abschnitte, Gleichungen und Tabellen in der Form x/y zeigt x auf DIN 1055, y auf EC1

### Geometrie Schafft



a) Geometrie

b) Exzentrizitäten

Bild 1/1.1

bild1

Innerer Durchmesser

$$d_c := 4.00\text{m}$$

Eingebnete Schüttguthöhe im Zellschaft

$$h_c := 10.00\text{m}$$

Einzelhöhen der Schüsse ab UK Zellschaft

$$h_i := \begin{pmatrix} 1.00 \\ 2.50 \\ 2.50 \\ 2.50 \\ 2.50 \end{pmatrix} \cdot \text{m}$$



Wanddicken der Schüsse

$$t := \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ mm}$$

Anzahl der Schüsse

$$n_j := \text{zeilen}(h_i)$$

$$n_j = 5$$

Laufvariable für die Schüsse  
 von 1=oben bis nj=unten

$$j := 1 .. n_j$$

Laufvariable für die Schüsse  
 von 1=unten bis nj=oben

$$\text{revj} := 2 .. n_j$$

Absolute Höhen von UK Schuß (kopfständig)

$$h_1 := 0\text{m} \quad h_{\text{revj}} := h_{\text{revj}-1} + h_{i_{n_j-\text{revj}+2}}$$

$$h = \begin{pmatrix} 0.00 \\ 2.50 \\ 5.00 \\ 7.50 \\ 10.00 \end{pmatrix} \text{ m}$$

Überschüttungshöhe von UK Schuß

$$z_j := h_c - h_{n_j-j+1}$$

$$z = \begin{pmatrix} 0.00 \\ 2.50 \\ 5.00 \\ 7.50 \\ 10.00 \end{pmatrix} \text{ m}$$

Größtmögliche Füllexzentrizität

$$e_f := 0\text{mm}$$

Innere Querschnittsfläche

$$A := \frac{\pi}{4} \cdot d_c^2$$

$$A = 12.57 \text{ m}^2$$

Innerer Umfang

$$u := \pi \cdot d_c$$

$$u = 12566 \text{ mm}$$

Kennwert Zellenquerschnitt

$$k_1 := \frac{A}{u}$$

$$k_1 = 1000 \text{ mm}$$

Volumen im Zellenschaft

$$V_z := A \cdot h_c$$

$$V_z = 125.7 \text{ m}^3$$

## Geometrie Trichter

Entleerungs-Exzentrizität		$e_0 := 0\text{mm}$
Neigungswinkel gegen die Vertikale (Bild 1a)		$\beta_h := 30\text{Grad}$
Trichterhöhe	$h_h := \frac{d_c}{2 \cdot \tan(\beta_h)}$	$h_h = 3464\text{mm}$
Volumen im Trichter	$V_h := \frac{1}{3} A \cdot h_h$	$V_h = 14.5\text{ m}^3$
Volumen gesamt	$V := V_z + V_h$	$V = 140.2\text{ m}^3$

## Schüttgut (z.B. nach Tab. E.1/E.1)

Index für Schüttguteigenschaften: $i=1$ ... kleinerer Zahlenwert; $i=2$ ... größerer Zahlenwert		$i := 1..2$
Bezeichnung		Mais
Wichte		$\gamma := \begin{pmatrix} 6.0 \\ 8.0 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$
Winkel der inneren Reibung		$\varphi_i := \begin{pmatrix} 27 \\ 35 \end{pmatrix} \cdot \text{Grad}$
Horizontallastverhältnis $p_h/p_v$		$K := \begin{pmatrix} 0.46 \\ 0.60 \end{pmatrix}$
Wandreibungsbeiwert $p_w/p_h$ (siehe Abs. 6.2.1 Tabelle 3)		$\mu := \begin{pmatrix} 0.29 \\ 0.45 \end{pmatrix}$
Kennwert für Teilflächenlast		$C_{op} := 1.0$

## Anforderungsklasse nach Tab. 1/2.1

AFK := 2

Bewertung nach Abs. 3.1.4.2/1.5.44

$$d_{zu_t} := \frac{d_c}{\max(t)} \quad d_{zu_t} = 800$$

Bew1 := wenn( $d_{zu_t} \geq 200$ , "dünnwandiger Silo", "nicht erfaßt" Bew1 = "dünnwandiger Silo")

Bewertung nach Abs. 7.1.2/5.1(2)

$$h_{zu_d} := \frac{h_c}{d_c} \qquad h_{zu_d} = 2.50$$

Bew2 := wenn( $h_{zu_d} \geq 2$ , "schlanker Silo", "nicht erfaßt")      Bew2 = "schlanker Silo"

### Symmetrische Fülllasten im Siloschaft - Horizontallasten (Abs. 7.2.1.1/5.2.1.1)

Kombination der charakteristischen Schüttgutkennwerte  
nach Abs. 5.2 Tab. 2 / Abs. 3.2 Tab. 3.1

Charakteristische Tiefe (Gl. 13/5.5)

$$z_{h,0} := \frac{k_1}{K_2 \cdot \mu_1} \qquad z_{h,0} = 5747 \text{ mm}$$

Horizontallast in unendlicher Tiefe (Gl. 12/5.4)

$$p_{h,0} := \gamma_2 \cdot K_2 \cdot z_{h,0} \qquad p_{h,0} = 27.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Koeffizienten des Schüttgutverlaufs (Gl. 14/5.6)

$$Y_{J,h_j} := 1 - e^{\frac{-z_j}{z_{h,0}}} \qquad Y_{J,h} = \begin{pmatrix} 0.000 \\ 0.353 \\ 0.581 \\ 0.729 \\ 0.824 \end{pmatrix}$$

Horizontallasten an den Schußunterkanten (Gl. 9/5.1)

$$p_{h,f_j} := p_{h,0} \cdot Y_{J,h_j} \qquad p_{h,f} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 9.7 \\ 16.0 \\ 20.1 \\ 22.7 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

### Symmetrische Fülllasten im Siloschaft - Wandreibungslasten (Abs. 7.2.1.1/5.2.1.1)

Kombination der charakteristischen Schüttgutkennwerte  
nach Abs. 5.2 Tab. 2 / Abs. 3.2 Tab. 3.1

Charakteristische Tiefe (Gl. 13/5.5)

$$z_{w,0} := \frac{k_1}{K_2 \cdot \mu_2}$$

$$z_{w,0} = 3704 \text{ mm}$$

Wandreibungslast in unendlicher Tiefe (Gl. 10/5.2)

$$p_{w,0} := \gamma_2 \cdot K_2 \cdot z_{w,0} \cdot \mu_2$$

$$p_{w,0} = 8.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Koeffizienten des Schüttgutverlaufs (Gl. 14/5.6)

$$Y_{J,w_j} := 1 - e^{\frac{-z_j}{z_{w,0}}}$$

$$Y_{J,w} = \begin{pmatrix} 0.000 \\ 0.491 \\ 0.741 \\ 0.868 \\ 0.933 \end{pmatrix}$$

Wandreibungslasten an den Schußunterkanten (Gl. 10/5.2)

$$p_{w,f_j} := p_{w,0} \cdot Y_{J,w_j}$$

$$p_{w,f} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 3.9 \\ 5.9 \\ 6.9 \\ 7.5 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Summierte Wandreibungslasten an den Schußunterkanten (Gl. 15/5.7)

$$P_{w,f_j} := p_{w,0} \cdot (z_j - z_{w,0} \cdot Y_{J,w_j})$$

$$P_{w,f} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 5.5 \\ 18.1 \\ 34.3 \\ 52.4 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

### Symmetrische Fülllasten im Siloschaft - Vertikallasten (Abs. 7.2.1.1/5.2.1.1)

Kombination der charakteristischen Schüttgutkennwerte  
nach Abs. 5.2 Tab. 2 / Abs. 3.2 Tab. 3.1

Charakteristische Tiefe (Gl. 13/5.5)

$$z_{v,0} := \frac{k_1}{K_1 \cdot \mu_1}$$

$$z_{v,0} = 7496 \text{ mm}$$

Vertikallast in unendlicher Tiefe (Gl. 11/5.3)

$$p_{v,0} := \frac{\gamma_2 \cdot K_1 \cdot z_{v,0}}{K_1}$$

$$p_{v,0} = 60.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Koeffizienten des Schüttgutverlaufs (Gl. 14/5.5)

$$Y_{J,v,j} := 1 - e^{\frac{-z_j}{z_{v,0}}}$$

$$Y_{J,v} = \begin{pmatrix} 0.000 \\ 0.284 \\ 0.487 \\ 0.632 \\ 0.737 \end{pmatrix}$$

Vertikallasten an den Schußunterkanten (Gl. 11/5.3)

$$p_{v,f,j} := p_{v,0} \cdot Y_{J,v,j}$$

$$p_{v,f} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 17.0 \\ 29.2 \\ 37.9 \\ 44.2 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

### Teilflächen-Fülllasten im Siloschaft - Horizontallast (Abs. 7.2.1.2/5.2.1.2)

Exzentrizitätsparameter (Gl. 18/5.10)  $E_{ex} := \frac{2 \cdot e_f}{d_c}$

$$E_{ex} = 0.000$$

Lasterhöhungsfaktor (Gl. 17/5.9)

$$C_{p,f} := 0.21 \cdot C_{op} \cdot \left( 1 + 2 \cdot E_{ex}^2 \right) \cdot \left[ 1 - \exp \left[ -1.5 \cdot \left( \frac{h_c}{d_c} - 1 \right) \right] \right]$$

$$C_{p,f} = 0.188$$

Abfangen von Grenzwerten (Gl. 19/5.11)

$$C_{p,f} := \max(C_{p,f}, 0)$$

$$C_{p,f} = 0.188$$

Nicht für Silos der Anforderungsklasse 1 (Abs. 7.2.1.2 (2)/5.2.1.2(2)):

$$C_{p,f} := \text{wenn}(AFK = 1, 0, C_{p,f})$$

$$C_{p,f} = 0.188$$

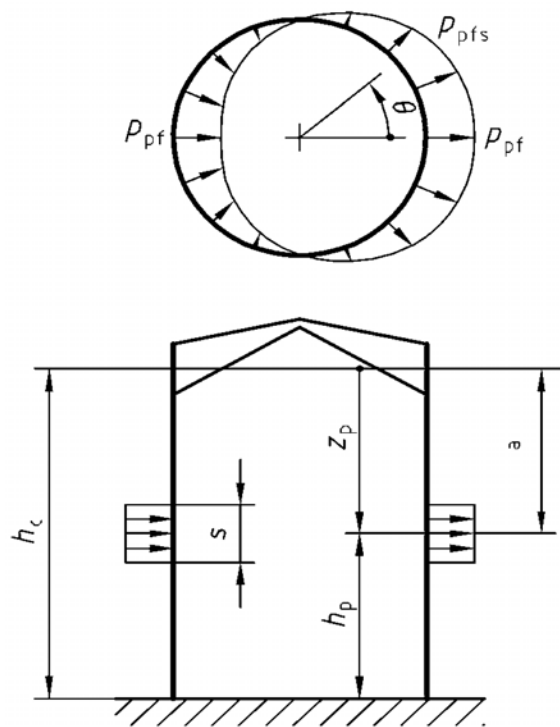


Bild 9a/5.2

bild2

Höhenkote Mitte Teilflächenlast (Gl. 24 / Bild 5.2 a)

DIN 1055-6:

Vereinfachend - und abweichend von der Legende zu Bild 9 a und 11 a - wird dieser Wert auch für Anforderungsklasse 3 als maßgebend betrachtet

$$z_p := \min\left(z_{h,0}, \frac{h_c}{2}\right) \quad z_p = 5000 \text{ mm}$$

Höhenausdehnung der Teilflächenlast (Gl. 20/12)

$$s := \pi \cdot \frac{d_c}{16} \quad s = 785 \text{ mm}$$

Grundwert der Teilflächenlast (Gl. 16/5.8)

$$p_{p,f} := C_{p,f} \cdot p_{h,0} \cdot \left(1 - e^{\frac{-z_p}{z_{h,0}}}\right) \quad p_{p,f} = 3.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Resultierende Horizontallast (Gl. 23/5.15)

$$F_{p,f} := \frac{\pi}{2} \cdot s \cdot d_c \cdot p_{p,f}$$

$$F_{p,f} = 14.9 \text{ kN}$$

### Symmetrische Ersatz-Fülllasten im Siloschaft - Horizontallast (Abs. 7.2.3/5.2.3)

Erhöhungsfaktor für die Horizontallasten (Gl. 49/5.42)

$$k_{h,f,u} := 1 + 0.5 \cdot C_{p,f}$$

$$k_{h,f,u} = 1.094$$

Gilt nicht für Silos der Anforderungsklasse 1 (Abs. 7.2.1.2 (2)/5.2.3(1))

$$k_{h,f,u} := \text{wenn}(\text{AFK} = 1, 1, k_{h,f,u})$$

$$k_{h,f,u} = 1.094$$

Horizontallasten (Gl. 49/5.42)

$$p_{h,f,u,j} := p_{h,f,j} \cdot k_{h,f,u}$$

$$p_{h,f,u} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 10.6 \\ 17.5 \\ 22.0 \\ 24.9 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right.$$

### Symmetrische Ersatz-Fülllasten im Siloschaft - Wandreibungslast (Abs. 7.2.3/5.2.3)

Erhöhungsfaktor für die Wandreibungslasten (Gl. 50/5.43)

$$k_{w,f,u} := 1 + C_{p,f}$$

$$k_{w,f,u} = 1.188$$

Gilt nicht für Silos der Anforderungsklasse 1 (Abs. 7.2.1.2 (2)/5.2.3(1))

$$k_{w,f,u} := \text{wenn}(\text{AFK} = 1, 1, k_{w,f,u})$$

$$k_{w,f,u} = 1.188$$

Wandreibungslasten (Gl. 50/5.43)

$$p_{w,f,u,j} := p_{w,f,j} \cdot k_{w,f,u}$$

$$p_{w,f,u} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 4.7 \\ 7.0 \\ 8.2 \\ 8.9 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right.$$

### Summierte Wandreibungslasten

$$P_{w.f.u_j} := P_{w.f_j} \cdot k_{w.f.u}$$

$$P_{w.f.u} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 6.5 \\ 21.4 \\ 40.7 \\ 62.2 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

### Symmetrische Entleerungslasten im Siloschaft - Horizontallasten (Abs. 7.2.2.1/5.2.2.1)

Korrekturfaktor auf die Fülllast (Gl. 29/5.21)

$$C_h := 1.15$$

Horizontallasten an den Schußunterkanten (Gl. 26/5.18)

$$P_{h.e_j} := P_{h.f_j} \cdot C_h$$

$$P_{h.e} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 11.2 \\ 18.4 \\ 23.1 \\ 26.2 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

### Symmetrische Entleerungslasten im Siloschaft - Wandreibungslasten (Abs. 7.2.2.1/5.2.2.1)

Korrekturfaktor auf die Fülllast (Gl. 30/5.22)

$$C_w := 1.10$$

Wandreibungslasten an den Schußunterkanten (Gl. 27/5.19)

$$P_{w.e_j} := P_{w.f_j} \cdot C_w$$

$$P_{w.e} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 4.3 \\ 6.5 \\ 7.6 \\ 8.2 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Summierte Wandreibungslasten an den Schußunterkanten (Gl. 34/5.26)



$$P_{w,e_j} := P_{w,f_j} \cdot C_w$$

$$P_{w,e} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 6.0 \\ 19.9 \\ 37.7 \\ 57.6 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

### Teilflächen-Entleerungslasten im Siloschaft - Horizontallast (Abs. 7.2.2.2/5.2.2.2)

Maßgebende Exzentrizität (Gl. 39/5.32)  $e_x := \max(e_f, e_0)$   $e_x = 0 \text{ mm}$

Exzentrizitätsparameter (Gl. 37/5.31)  $E_{ex} := \frac{2 \cdot e_x}{d_c}$   $E_{ex} = 0.000$

Lasterhöhungsfaktor (Gl. 36/5.28)

$$C_{1p,e} := 0.42 \cdot C_{op} \cdot \left( 1 + 2 \cdot E_{ex}^2 \right) \cdot \left[ 1 - \exp \left[ -1.5 \cdot \left( \frac{h_c}{d_c} - 1 \right) \right] \right]$$

$$C_{1p,e} = 0.376$$

Lasterhöhungsfaktor (Gl. 38/5.29)

$$C_{2p,e} := \text{wenn} \left[ \frac{h_c}{d_c} \leq 1.2, 0.272 \cdot C_{op} \cdot \left( \frac{h_c}{d_c} - 1 + E_{ex} \right), 0 \right]$$

$$C_{2p,e} = 0.000$$

Abfangen von Grenzwerten (Gl. 38/5.30)

$$C_{p,e} := \max(C_{1p,e}, C_{2p,e}, 0)$$

$$C_{p,e} = 0.376$$

Grundwert der Teilflächenlast (Gl. 35 - siehe obige Anmerkung zu  $z_p$  / 5.27)

$$p_{p,e} := C_{p,e} \cdot C_h \cdot p_{h,0} \cdot \left( 1 - e^{\frac{-z_p}{z_{h,0}}} \right)$$

$$p_{p,e} = 6.9 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Gilt nicht für Silos der Anforderungsklasse 1 (Abs. 7.2.2.2 (2)/5.2.2.4(1))

$$p_{p,e} := \text{wenn} \left( \text{AFK} = 1, 0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}, p_{p,e} \right)$$

$$p_{p,e} = 6.9 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Resultierende Horizontallast (Gl. 42/5.35)

$$F_{p,e} := \frac{\pi}{2} \cdot s \cdot d_c \cdot p_{p,e}$$

$$F_{p,e} = 34.2 \text{ kN}$$

### Symmetrische Ersatz-Entleerungslasten - Horizontallast (Abs. 7.2.3/5.2.3)

Erhöhungsfaktor für die Horizontallasten (Gl. 51/5.44)

$$k_{h,e,u} := 1 + 0.5 \cdot C_{p,e}$$

$$k_{h,e,u} = 1.188$$

Gilt nicht für Silos der Anforderungsklasse 1 (Abs. 7.2.2.2 (2)/5.2.3(1))

$$k_{h,e,u} := \text{wenn}(\text{AFK} = 1, 1, k_{h,e,u})$$

$$k_{h,e,u} = 1.188$$

Horizontallasten (Gl. 51/5.44)

$$p_{h,e,u,j} := p_{h,e,j} \cdot k_{h,e,u}$$

$$p_{h,e,u} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 13.3 \\ 21.9 \\ 27.5 \\ 31.1 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right.$$

### Symmetrische Ersatz-Entleerungslasten - Wandreibungslast (Abs. 7.2.3/5.2.3)

Erhöhungsfaktor für die Wandreibungslasten (Gl. 52/5.45)

$$k_{w,e,u} := 1 + C_{p,e}$$

$$k_{w,e,u} = 1.376$$

Gilt nicht für Silos der Anforderungsklasse 1 (Abs. 7.2.2.2 (2)/5.2.3(1))

$$k_{w,e,u} := \text{wenn}(\text{AFK} = 1, 1, k_{w,e,u})$$

$$k_{w,e,u} = 1.376$$

Wandreibungslasten (Gl. 52/5.45)

$$p_{w,e,u,j} := p_{w,e,j} \cdot k_{w,e,u}$$

$$p_{w,e,u} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 5.9 \\ 9.0 \\ 10.5 \\ 11.3 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right.$$

### Summierte Wandreibungslasten

$$P_{w.e.u,j} := P_{w.e,j} \cdot k_{w.e,u}$$

$$P_{w.e,u} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 8.3 \\ 27.3 \\ 51.9 \\ 79.2 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

### Zusammenfassung - maßgebende Lasten

Horizontallast: Entleeren - symmetrischer Anteil

$$pe1_j := p_{h,e_j}$$

$$pe1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 11 \\ 18 \\ 23 \\ 26 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Schalter für Teilflächenlast

$$jj := 2 \dots nj$$

$$k_{p,jj} := \text{wenn}(\text{signum}(z_{jj-1} - z_p) \neq \text{signum}(z_{jj} - z_p), 1, 0)$$

Achtung !

$$k_{p_1} := 0$$

$$k_p = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Horizontallast einschließlich Teilflächenlast

$$pe1_j := pe1_j + k_{p_j} \cdot p_{p,e}$$

$$pe1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 11 \\ 25 \\ 23 \\ 26 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Horizontallast: Entleeren - symmetrische Ersatzlast

$$pe2_j := p_{h,e,u_j}$$

$$pe2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 13 \\ 22 \\ 27 \\ 31 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Summierte Wandreibungslast Entleeren -  
 symmetrischer Anteil (Gl. 34)

$$P_{w1j} := P_{w.e.j}$$

$$P_{w1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 20 \\ 38 \\ 58 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{kN}}{\text{m}} \right.$$

Hebelarm der Teilflächenlast bezüglich der Schußunterkante

$$a_j := z_j - z_p$$

$$a_j := \max(a_j, 0\text{mm})$$

$$a = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2500 \\ 5000 \end{pmatrix} \text{mm}$$

Biegemoment aus Teilflächenlast

$$M_j := F_{p.e} \cdot a_j$$

$$M = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 85 \\ 171 \end{pmatrix} \text{kNm}$$

Kontrollwert: Äquivalente Vertikallast aus den Wandreibungslasten (Gl. 27)  
 ergibt die gleichen Spannungen im Mantel

Wandreibungslasten in Schußmitte

$$j_{vw} := 2 .. n_j$$

$$p_{w.e.m_1} := p_{w.e_1} \cdot 0.5$$

$$p_{w.e.m_{jvw}} := (p_{w.e_{jvw-1}} + p_{w.e_{jvw}}) \cdot 0.5$$

$$p_{w.e.m} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 2.2 \\ 5.4 \\ 7.1 \\ 7.9 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right.$$

$$V_{w_j} := p_{w.e.m_j} \cdot u \cdot h_j$$

$$V_w = \begin{pmatrix} 0 \\ 68 \\ 170 \\ 222 \\ 249 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

### Summierte Vertikallasten

$$V_{wsum_1} := V_{w_1}$$

$$V_{wsum_{jvw}} := V_{wsum_{jvw-1}} + V_{w_{jvw}}$$

$$V_{wsum} = \begin{pmatrix} 0 \\ 68 \\ 238 \\ 460 \\ 709 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

Kontrollwert: Gewicht der einzelnen Schuß-Füllungen muß ungleich der Vertikallast aus Wandreibung sein wird für die Horizontallasten aus Erdbeben benötigt

$$G_{füll_j} := \gamma_2 \cdot A \cdot h_j$$

$$G_{füll} = \begin{pmatrix} 101 \\ 251 \\ 251 \\ 251 \\ 251 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

### Summierte Gewichte

$$G_{füll.sum_1} := G_{füll_1}$$

$$G_{füll.sum_{jvw}} := G_{füll.sum_{jvw-1}} + G_{füll_{jvw}}$$

$$G_{füll.sum} = \begin{pmatrix} 101 \\ 352 \\ 603 \\ 855 \\ 1106 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

### Summierte Wandreibungslast Entleeren - symmetrische Ersatzlast (Gl. 52)

$$P_{w2_j} := P_{w.e.u_j}$$

$$P_{w2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 27 \\ 52 \\ 79 \end{pmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

## Beanspruchungen

### Umfangsspannungen in der Wand

Symmetrische Entleerungslast einschl. Teilflächenlast

$$\sigma_{\varphi,j} := pe_{1j} \cdot \left( \frac{d_c}{2t_j} \right)$$

$$\sigma_{\varphi} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 4.5 \\ 10.1 \\ 9.2 \\ 10.5 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right.$$

Aus symmetrischer Ersatzlast

$$\sigma_{\varphi,u,j} := pe_{2j} \cdot \left( \frac{d_c}{2t_j} \right)$$

$$\sigma_{\varphi,u} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 5.3 \\ 8.8 \\ 11.0 \\ 12.4 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right.$$

### Längsspannungen in der Wand

Symmetrischer Anteil

$$\sigma_{x,N,j} := Pw_{1j} \cdot \frac{1}{t_j}$$

$$\sigma_{x,N} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 1.2 \\ 4.0 \\ 7.5 \\ 11.5 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right.$$

Biegeanteil

$$\sigma_{x,M,j} := M_j \cdot \frac{4}{\pi \cdot d_c^2 \cdot t_j}$$

$$\sigma_{x,M} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 1.4 \\ 2.7 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right.$$

Summe

$$\sigma_{x_j} := \sigma_{x.N_j} + \sigma_{x.M_j}$$

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 1.2 \\ 4.0 \\ 8.9 \\ 14.2 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right.$$

Aus symmetrischer Ersatzlast

$$\sigma_{x.u_j} := Pw2_j \cdot \frac{1}{t_j}$$

$$\sigma_{x.u} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 1.7 \\ 5.5 \\ 10.4 \\ 15.8 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right.$$

Kontrollwert für den symmetrischen Anteil aus der Vertikallast:

$$\sigma_{x.V_j} := \frac{Vwsum_j}{u \cdot t_j}$$

$$\sigma_{x.V} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 1.1 \\ 3.8 \\ 7.3 \\ 11.3 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right.$$

## Trichterlasten

(Index h = hopper)

Höhenkoten der Schüsse ab OK Trichterrand

$$hhi := \begin{pmatrix} 0 \\ 500 \\ 1000 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

Wanddicken der Schüsse

$$th := \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

Anzahl der Schüsse

$$nhj := \text{zeilen}(hhi)$$

$$nhj = 3$$

Laufvariable für die Schüsse  
von 1=oben bis nhj=unten

$$jh := 1 .. nhj$$

Höhen der Schußgrenzen

über der theoretischen Trichterspitze

$$x_{h,jh} := h_h - h_{hi,jh}$$

$$x_h = \begin{pmatrix} 3464 \\ 2964 \\ 2464 \end{pmatrix} \text{ mm}$$

Relative Höhe über der Trichterspitze, Parameter  $x/h_h$  für Gl. 114/6.7

$$x_{hh,jh} := \frac{x_{h,jh}}{h_h}$$

$$x_{hh} = \begin{pmatrix} 1.000 \\ 0.856 \\ 0.711 \end{pmatrix}$$

Durchmesser der Schußgrenzen

$$d_{h,jh} := d_c \cdot x_{hh,jh}$$

$$d_h = \begin{pmatrix} 4000 \\ 3423 \\ 2845 \end{pmatrix} \text{ mm}$$

Krümmungsradien der Schußgrenzen

$$R_{k,h,jh} := \frac{d_{h,jh}}{2} \cdot \frac{1}{\cos(\beta_h)}$$

$$R_{k,h} = \begin{pmatrix} 2309 \\ 1976 \\ 1643 \end{pmatrix} \text{ mm}$$

Grenzwinkel für steilen Trichter,  
 rückgerechnet aus Abs. 8.1.1 (2) Gl. 108 / Abs. 6.1.1 (2) Gl. 6.1

$$\beta_{\text{grenz}} := \text{atan}\left(\frac{1 - K_1}{2 \cdot \mu_1}\right)$$

$$\beta_{\text{grenz}} = 43.0 \text{ Grad}$$

Grenzwinkel für ebenen Boden  
 aus Abs. 8.1.1 (2) / 6.1.1 (2)

$$\alpha_{\text{grenz}} := 5 \text{ Grad}$$

Vorhandener Neigungswinkel gegen die Horizontale

$$\alpha_h := 90 \text{ Grad} - \beta_h$$

$$\alpha_h = 60.0 \text{ Grad}$$

TRICHTER := wenn( $\beta_h < \beta_{\text{grenz}}$ , "STEIL", wenn( $\alpha_h < \alpha_{\text{grenz}}$ , "EBEN", "FLACH"))

TRICHTER = "STEIL"

Bodenlastvergrößerungsfaktor

nach Abs. 8.1.2 (2) Gl. 110 / Abs. 6.1.2 (3) Gl. 6.3  
 von den Vereinfachungen für AFK\_1 wird kein Gebrauch  
 gemacht

$$C_b := 1.0$$



Wenn das Schüttgut zu dynamischem Verhalten neigt  
wird nach Gl. 112/6.5 gesetzt:  $C_b = 1,2$

$$C_b := 1.0$$

Parameter nach Gl. 116/6.9 für konische Trichter

$$S := 2$$

Empirischer Parameter  
nach Abs. 8.3.2/6.3.2 und 8.4.2/6.4.2

$$b := 0.2$$

Mittlere Vertikallast am Trichterübergang nach Gl. 109/6.2

alternativ wird die Last  $p_{v,f}$  bei schlanken Silos aus Gl. 11/5.3 genommen,  
bei mittelschlanken aus Gl. 86/5.79

$$p_{v,f,t} := C_b \cdot p_{v,f,nj}$$

$$p_{v,f,t} = 44.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

### Parameter für Trichter-Fülllasten

Steiler Trichter: Mobilisierte Reibung  
nach Abs. 8.3.1 (1) Gl. 122 / Abs. 6.3.1 (1) Gl. 6.16

$$\mu_{\text{eff,steil}} := \mu_1$$

$$\mu_{\text{eff,steil}} = 0.290$$

Flacher Trichter  
Mobilisierte Reibung nach Abs. 8.4.1 Gl. 132 / Abs. 6.4.1 Gl. 6.26

$$\mu_{\text{eff,flach}} := \frac{1 - K_1}{2 \cdot \tan(\beta_h)}$$

$$\mu_{\text{eff,flach}} = 0.468$$

$$\mu_{\text{eff}} := \text{wenn}(\text{TRICHTER} = \text{"STEIL"}, \mu_{\text{eff,steil}}, \text{wenn}(\text{TRICHTER} = \text{"FLACH"}, \mu_{\text{eff,flach}}, 0))$$

$$\mu_{\text{eff}} = 0.290$$

Parameter für die mittlere Vertikalspannung bei Fülllasten  
nach Abs. 8.3.2 Gl. 123 / Abs. 6.3.2 Gl. 6.17  
bzw. Abs. 8.4.2 Gl. 133 / Abs. 6.4.2 Gl. 6.28

$$F_f := 1 - \frac{b}{1 + \frac{\tan(\beta_h)}{\mu_{\text{eff}}}}$$

$$F_f = 0.933$$

### Parameter

nach Abs. 8.3.2 Gl. 124 / Abs. 6.3.2 Gl. 6.18  
 bzw. Abs. 8.3.2 Gl. 124 / Abs. 6.4.2 Gl. 6.28

$$n := S \cdot (1 - b) \cdot \mu_{\text{eff}} \cdot \cot(\beta_h)$$

$$n = 0.804$$

### Trichter-Fülllasten

Mittlere Vertikallast nach 8.1.2 (6) Gl. 114 / 6.1.2 (7) Gl. 6.7

Anteil aus der Füllung im Trichter

$$p_{v,h,jh} := \frac{\gamma_2 \cdot h_h}{n - 1} \cdot [x_{hh,jh} - (x_{hh,jh})^n]$$

$$p_{v,h} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 3.8 \mid \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \\ 6.9 \end{pmatrix}$$

Anteil aus der Überschüttung im Schaft

$$p_{v,b,jh} := p_{v,f,t} \cdot (x_{hh,jh})^n$$

$$p_{v,b} = \begin{pmatrix} 44.2 \\ 39.0 \mid \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \\ 33.6 \end{pmatrix}$$

Gesamte Vertikallast nach Gl. 114

$$p_{v,\text{mittel},jh} := p_{v,h,jh} + p_{v,b,jh}$$

$$p_{v,\text{mittel}} = \begin{pmatrix} 44.2 \\ 42.7 \mid \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \\ 40.5 \end{pmatrix}$$

Lasten senkrecht auf die Trichterwände nach Gl. 125 / 6.19 bzw. 135

$$p_{n,f,jh} := F_f \cdot p_{v,\text{mittel},jh}$$

$$p_{n,f} = \begin{pmatrix} 41.2 \\ 39.9 \mid \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \\ 37.8 \end{pmatrix}$$

Wandreibungslasten nach Gl. 126/6.20 bzw. 136

$$p_{t,f,jh} := \mu_{\text{eff}} \cdot p_{n,f,jh}$$

$$p_{t,f} = \begin{pmatrix} 12.0 \\ 11.6 \mid \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \\ 11.0 \end{pmatrix}$$

## Parameter für Trichter-Entleerungslasten

Parameter nach Gl. 129/6.23  $\varphi_{w,h} := \text{atan}(\mu_{\text{eff}})$   $\varphi_{w,h} = 16.2 \text{ Grad}$

Parameter nach Gl. 128/6.22

$$\varepsilon := \varphi_{w,h} + \text{asin}\left(\frac{\sin(\varphi_{w,h})}{\sin(\varphi_{i_2})}\right) \quad \varepsilon = 0.789$$

Parameter für die mittlere Vertikalspannung bei Entleerungslasten  
nach Abs. 8.3.3 Gl. 127 / Abs. 6.3.3 Gl. 6.21

$$F_e := \frac{1 + \sin(\varphi_{i_2}) \cdot \cos(\varepsilon)}{1 - \sin(\varphi_{i_2}) \cdot \cos(2 \cdot \beta_h + \varepsilon)} \quad F_e = 1.220$$

Maßgebender Entleerungsbeiwert nach Gl. 127/6.21 bzw. Abs. 8.4.3/6.4.3

$$F_e := \text{wenn}(\text{TRICHTER} = \text{"STEIL"}, F_e, 1.0) \quad F_e = 1.220$$

Parameter  
nach Abs. 8.1.2 (6) Gl. 115 / Abs. 6.1.2 (7) Gl. 6.8

$$n_e := S \cdot (F_e \cdot \mu_{\text{eff}} \cdot \cot(\beta_h) + F_e) - 2 \quad n_e = 1.666$$

## Trichter-Entleerungslasten

Mittlere Vertikallast nach 8.1.2 (6) Gl. 114 / 6.1.2 (7) Gl. 6.7

Anteil aus der Füllung im Trichter

$$p_{v,h,e,jh} := \frac{\gamma_2 \cdot h_h}{n_e - 1} \cdot [x_{hh,jh} - (x_{hh,jh})^{n_e}] \quad p_{v,h,e} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 3.5 \mid \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \\ 6.0 \end{pmatrix}$$

Anteil aus der Überschüttung im Schaft

$$p_{v,b,e,jh} := p_{v,f,t} \cdot (x_{hh,jh})^{n_e} \quad p_{v,b,e} = \begin{pmatrix} 44.2 \\ 34.1 \mid \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \\ 25.0 \end{pmatrix}$$

### Gesamte Vertikallast nach Gl. 114

$$p_{v.e.mittel,jh} := p_{v.h.e,jh} + p_{v.b.e,jh}$$

$$p_{v.e.mittel} = \begin{pmatrix} 44.2 \\ 37.6 \\ 31.0 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right.$$

### Lasten senkrecht auf die Trichterwände nach Gl. 130/6.24

$$p_{n.e,jh} := F_e \cdot p_{v.e.mittel,jh}$$

$$p_{n.e} = \begin{pmatrix} 53.9 \\ 45.9 \\ 37.9 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right.$$

### Wandreibungslasten nach Gl. 131/6.25

$$p_{t.e,jh} := \mu_{eff} \cdot p_{n.e,jh}$$

$$p_{t.e} = \begin{pmatrix} 15.6 \\ 13.3 \\ 11.0 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right.$$

## Beanspruchungen

### Umfangsspannungen in der Wand

(symmetrische) Entleerungslast

$$\sigma_{h,\varphi,jh} := p_{n.e,jh} \cdot \frac{R_{k,h,jh}}{th_{jh}}$$

$$\sigma_{h,\varphi} = \begin{pmatrix} 24.9 \\ 18.1 \\ 12.4 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right.$$

### Längsspannungen in der Wand

aus "Behälterhypothese" - gleich halbe Umfangsspannungen

$$\sigma_{h,x,jh} := \frac{1}{2} \cdot \sigma_{h,\varphi,jh}$$

$$\sigma_{h,x} = \begin{pmatrix} 12.4 \\ 9.1 \\ 6.2 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right.$$

Kontrollwert aus Vertikallasten:

$$\sigma_{2h,x,jh} := p_{v.mittel,jh} \cdot \frac{R_{k,h,jh}}{2 th_{jh}} \cdot F_e$$

$$\sigma_{2h,x} = \begin{pmatrix} 12.4 \\ 10.3 \\ 8.1 \end{pmatrix} \left| \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right.$$

### Beulnachweis nach EN 1993-1-6 für Axialdruck

(Formular EC3-1-6\_axial\_09-03-15.xmcd)

Gleichungs- und Abschnittsnummern beziehen sich auf EC3-1-6:2007

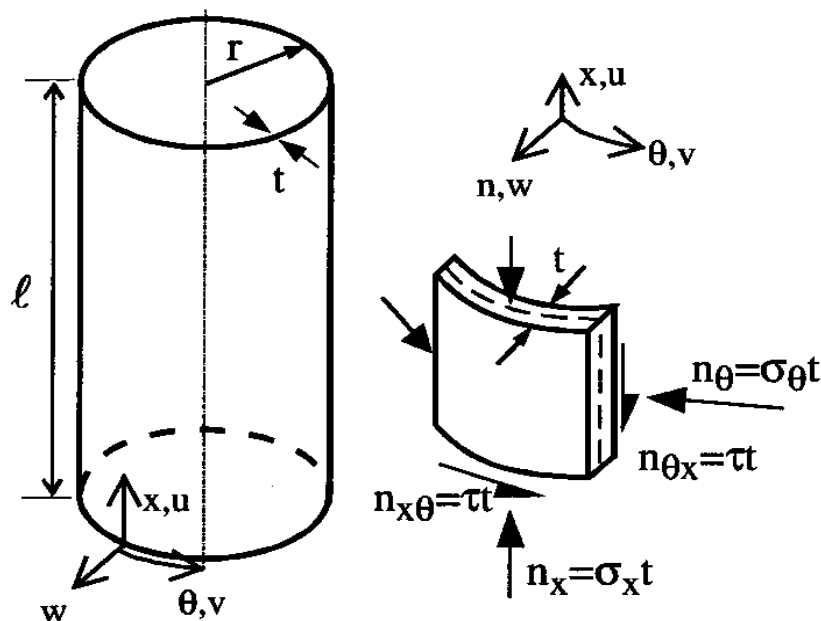


bild1

#### Geometrie

$$R := \frac{4.00\text{m}}{2}$$

$$R = 2000\text{mm}$$

$$T := 5.0\text{mm}$$

$$L := 11.00\text{m}$$

#### Werkstoff

$$E := 2.1 \cdot 10^5 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$f_{y,k} := 235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

#### Lasten

Bemessungswert des ständigen (garantiert vorhandenen) Innendruckes  
 (siehe Abs. D.1.5.2 Gl. D.42 und D.44)  
 hier in mmWS, 1 mbar entspr. 10 mmWS

$$p_s := 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 2250\text{mm} \cdot 1.0 \quad p_s = 22.50 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

#### Parameter

geometrische Schlankheit  $RT := \frac{R}{T} \quad RT = 400$

Längenverhältnis  $LR := \frac{L}{R} \quad LR = 5.50$

Längenparameter (Gl. D.1)  $\omega := \frac{L}{R} \cdot \sqrt{\frac{R}{T}} \quad \omega = 110$

Kein Nachweis erforderlich für  $R/T \leq$

$$\frac{0.03 \cdot E}{f_{y,k}} = 26.8$$

### Kurze Kreiszyylinder

Bedingung nach Gl. D.5 für kurze Zylinder

$$D5 := 1.7$$

$$\text{Bedingung} := \begin{cases} \text{"erfüllt"} & \text{if } \omega \leq D5 \\ \text{"nicht erfüllt"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\boxed{\text{Bedingung} = \text{"nicht erfüllt"}}$$

Beiwert nach Gl. D6

$$C_{x,D6} := 1.36 - \frac{1.83}{\omega} + \frac{2.07}{\omega^2}$$
$$C_{x,D6} = 1.344$$

### Mittellange Kreiszyylinder

Bedingung nach Gl. D.3 für mittellange Zylinder

$$D3upper := 0.5 \cdot \frac{R}{T}$$
$$D3upper = 200$$

$$\text{Bedingung} := \begin{cases} \text{"erfüllt"} & \text{if } \omega \leq D3upper \wedge D5 \leq \omega \\ \text{"nicht erfüllt"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\boxed{\text{Bedingung} = \text{"erfüllt"}}$$

Beiwert nach Gl. D.4

$$C_{x,D4} := 1.0$$

Info: Halbwellenlänge der elastischen Schachbrettbeule

$$L_{H,Schach} := 3.456 \cdot \sqrt{R \cdot T}$$
$$L_{H,Schach} = 346 \text{ mm}$$

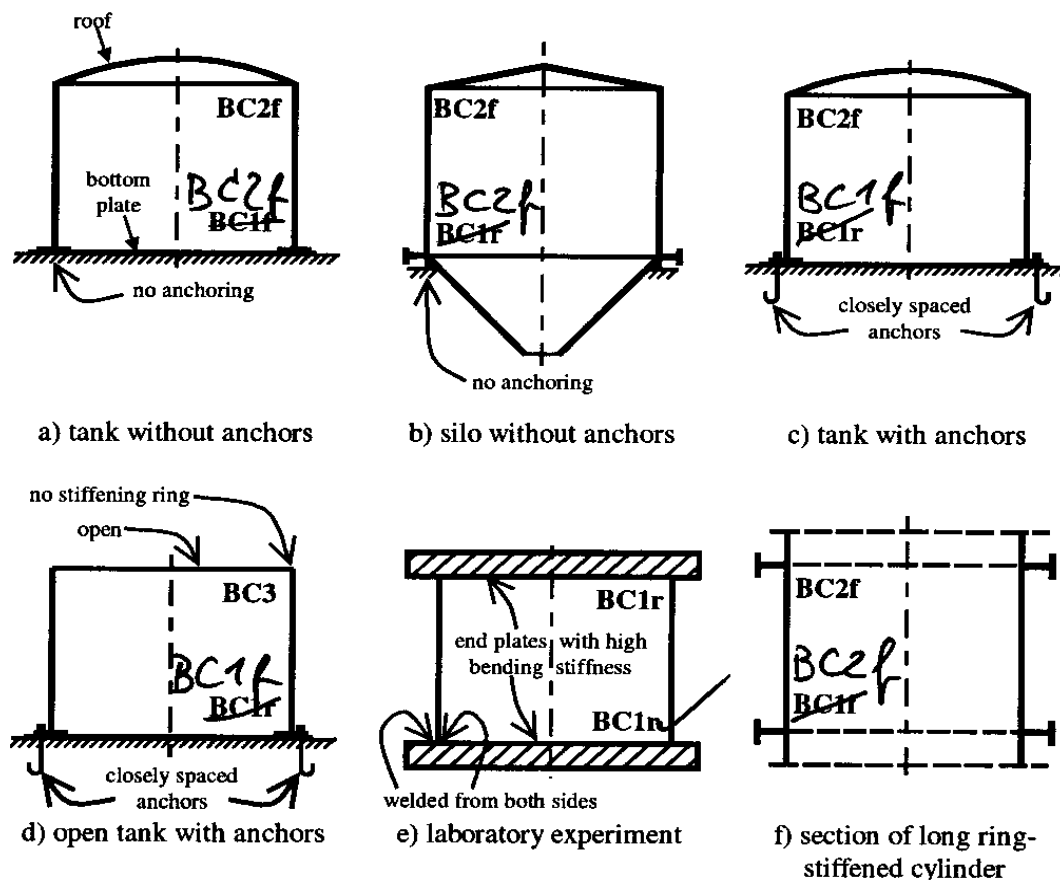
Info: Halbwellenlänge der elastischen Ringbeule

$$L_{H,Ring} := 1.728 \cdot \sqrt{R \cdot T}$$
$$L_{H,Ring} = 173 \text{ mm}$$

Info: Halbwellenlänge der plastischen Ringbeule - identisch mit der Biegestörhalbwelle

$$L_{H,pl} := 2.444 \cdot \sqrt{R \cdot T}$$
$$L_{H,pl} = 244 \text{ mm}$$

### Lange Kreiszyylinder



**Figure 8.1: Schematic examples of boundary conditions for limit state LS3**

bild2

**Table D.1: Parameter  $C_{xb}$  for the effect of boundary conditions on the critical meridional buckling stress in long cylinders**

Case	Cylinder end	Boundary condition	$C_{xb}$
1	end 1 end 2	BC 1 BC 1	6
2	end 1 end 2	BC 1 BC 2	3
3	end 1 end 2	BC 2 BC 2	1

bild3

Beiwert aus Tabelle D.1 abgelesen  
 für Randbedingungen aus Bild 8.1

$$C_{xb} := 3$$

Bedingung nach Gl. D.7 für lange Zylinder

$$D7 := 0.5 \cdot \frac{R}{T} \quad D7 = 200$$

$$\text{Bedingung} := \begin{cases} \text{"erfüllt"} & \text{if } \omega > D7 \\ \text{"nicht erfüllt"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Bedingung = "nicht erfüllt"

Beiwert nach Gl. D.9  $C_{x,D9} := 1 + \frac{0.2}{C_{xb}} \cdot \left(1 - 2 \cdot \omega \cdot \frac{T}{R}\right)$   $C_{x,D9} = 1.030$

Begrenzung nach D.10  $C_{x,D10} := \max(C_{x,D9}, 0.6)$   $C_{x,D10} = 1.030$

### Maßgebender Beiwert

$$C_x := \text{wenn}(\omega \leq D5, C_{x,D6}, \text{wenn}(\omega \leq D3_{\text{upper}}, C_{x,D4}, C_{x,D10}))$$

$C_x = 1.000$

### Ideale Meridianbeulspannung nach Gl. D.2

$$\sigma_{x,Rcr} := 0.605 \cdot E \cdot C_x \cdot \frac{T}{R} \quad \sigma_{x,Rcr} = 318 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

bez. Schlankheit Gl. 8.17  $\lambda_x := \sqrt{\frac{f_{y,k}}{\sigma_{x,Rcr}}}$   $\lambda_x = 0.860$

### Imperfektionen

**Table D.2: Values of fabrication quality parameter Q**

Fabrication tolerance quality class	Description	Q
Class A	Excellent	40
Class B	High	25
Class C	Normal	16

bild4

Erforderlicher Fertigungsstandard gewählt:

$$Q := 25$$



Charakteristische Imperfektionsamplitude, bezogen auf die Wanddicke (Gl. D.15)

$$\Delta w_k := \frac{1}{Q} \cdot \sqrt{\frac{R}{T}} \quad \Delta w_k = 0.80$$

Imperfektionsfaktor (Gl. D.14)

$$\alpha_x := \frac{0.62}{1 + 1.91 \cdot \Delta w_k^{1.44}} \quad \alpha_x = 0.260$$

### Beullastverändernde Wirkung des Innendruckes

Innendruckparameter nach Gl. D.42

$$p_{s,quer} := \frac{p_s}{\sigma_{x,Rcr}} \cdot \frac{R}{T} \quad p_{s,quer} = 2.83 \times 10^{-2}$$

Korrekturfaktor für den Innendruck nach Gl. D.41 (elastisches Stabilisieren)  
 NICHT für LANGE ZYLINDER (Abs. D.1.5.2 (4))

$$\alpha_{x,p,e} := \alpha_x + (1 - \alpha_x) \cdot \left( \frac{p_{s,quer}}{p_{s,quer} + \frac{0.3}{\sqrt{\alpha_x}}} \right) \quad \alpha_{x,p,e} = 0.294$$

Korrekturfaktor für den Innendruck nach Gl. D.43 (plastisches Destabilisieren)

Parameter Gl. 45  $s := \frac{1}{400} \cdot \frac{R}{T} \quad s = 1.00$

$$\alpha_{x,p,p} := \left[ 1 - \left( \frac{p_{s,quer}}{\lambda_x^2} \right)^2 \right] \cdot \left( 1 - \frac{1}{1.12 + s^{1.5}} \right) \cdot \left[ \frac{s^2 + 1.21 \cdot \lambda_x^2}{s \cdot (s + 1)} \right] \quad \alpha_{x,p,p} = 0.500$$

### Maßgebender Imperfektionsfaktor

$$\alpha_x := \min(\alpha_{x,p,e}, \alpha_{x,p,p}) \quad \alpha_x = 0.294$$

Parameter nach Gl. D.16       $\lambda_{x0} := 0.20$        $\beta := 0.60$        $\eta := 1.0$

Verbesserung der Grenzschlankheit für lange Zylinder Gl. D.17

Anteil der globalen Biegespannungen geschätzt       $k_B := 0.96$   
- nur für lange Zylinder nach Gl. D.7, sonst Null setzen

$$\lambda_{x0} := \lambda_{x0} + 0.10 \cdot k_B \qquad \lambda_{x0} = 0.30$$

Plastische Grenzschlankheit Gl. 8.16

$$\lambda_p := \sqrt{\frac{\alpha_x}{1 - \beta}} \qquad \lambda_p = 0.86$$

Beul-Abminderungsfaktoren nach Gln. 8.13, 8.14 und 8.15

$$\chi_{13} := 1$$

$$\chi_{14} := 1 - \beta \cdot \left( \frac{\lambda_x - \lambda_{x0}}{\lambda_p - \lambda_{x0}} \right)^\eta \qquad \chi_{14} = 0.397$$

$$\chi_{15} := \frac{\alpha_x}{\lambda_x^2} \qquad \chi_{15} = 0.397$$

$$\chi := \text{wenn}(\lambda_x \leq \lambda_{x0}, \chi_{13}, \text{wenn}(\lambda_x \leq \lambda_p, \chi_{14}, \chi_{15})) \qquad \chi = 0.397$$

**Charakteristische Beulspannung nach Gl. 8.12**

$$\sigma_{x,Rk} := \chi \cdot f_{y,k} \qquad \sigma_{x,Rk} = 93.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

**Teilsicherheitsbeiwert nach Abs. 8.5.2 (2)**

$$\gamma_{M1} := 1.1$$

**Bemessungswert der Beulspannung nach Gl. 8.11**

$$\sigma_{x,Rd} := \frac{\sigma_{x,Rk}}{\gamma_{M1}} \qquad \sigma_{x,Rd} = 84.9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

## Beulnachweis nach EN 1993-1-6 Druckbeanspruchung in Umfangsrichtung

(Formular EC3-1-6\_umfang\_09-03-15\_b.xmcd)

Gleichungs- und Abschnittsnummern beziehen sich auf EC3-1-6:2007

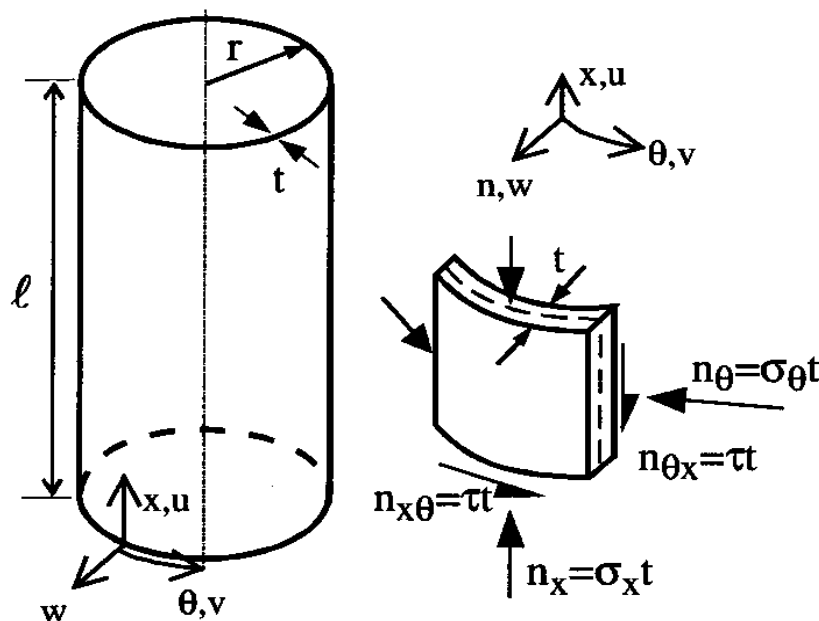


bild1

### Geometrie

$$R := \frac{4.0\text{m}}{2}$$

$$R = 2000\text{mm}$$

$$T := 5\text{mm}$$

$$L := 11.0\text{m}$$

### Werkstoff

$$E := 2.1 \cdot 10^5 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$f_y := 235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

### Lasten

ständiger innerer Unterdruck,  
 hier als mmWS, positiv  
 1 mbar entspricht 10 mmWS

$$q_s := 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 50\text{mm}$$

$$q_s = 0.50 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

### Parameter

geometrische Schlankheit

$$RT := \frac{R}{T}$$

$$RT = 400$$

Längenverhältnis

$$LR := \frac{L}{R}$$

$$LR = 5.50$$

Längenparameter (Gl. D.19)

$$\omega := \frac{L}{R} \cdot \sqrt{\frac{R}{T}}$$

$$\omega = 110$$

Erforderlichkeit des Nachweises nach Abs. D.1.3.2 (3) Gl. D.27

$$\text{Bedingung} := \begin{cases} \text{"Beulsicherheitsnachweis nicht erforderlich"} & \text{if } \frac{R}{T} \leq 0.21 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \\ \text{"Beulsicherheitsnachweis erforderlich"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Bedingung = "Beulsicherheitsnachweis erforderlich"

### Mittellange Kreiszyylinder

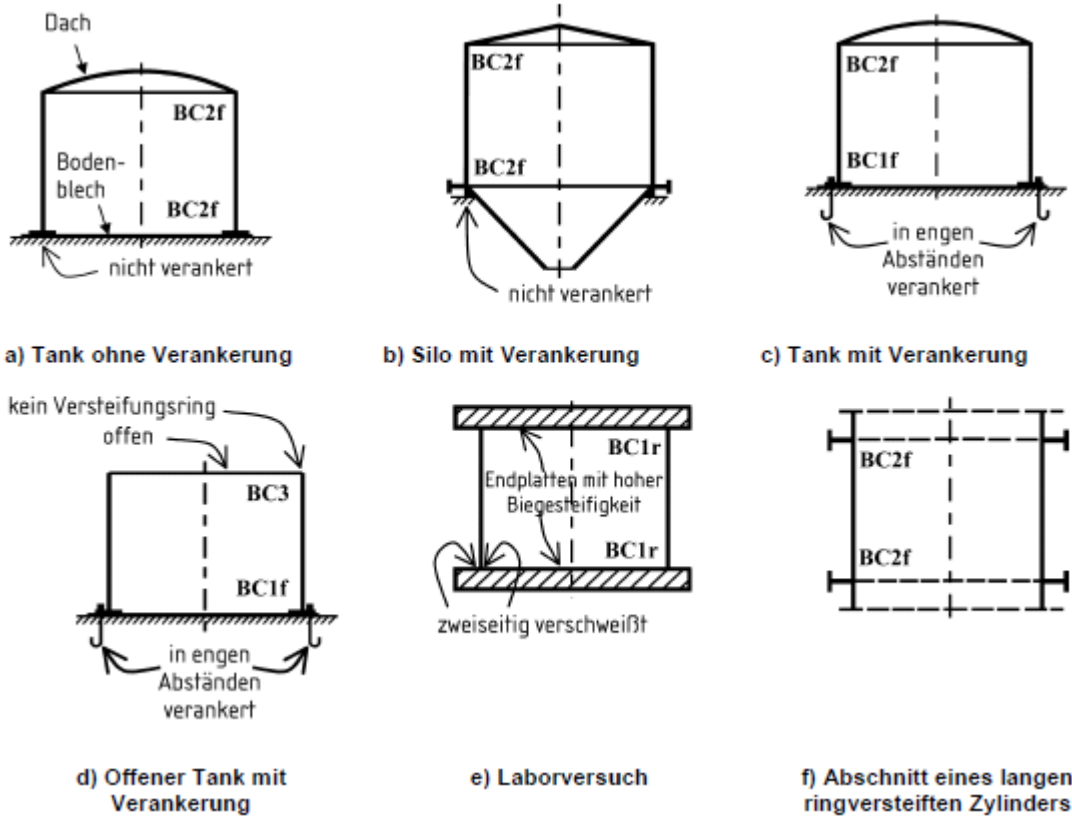


Bild 8.1 - Schematische Beispiele von Randbedingungen für den Grenzzustand LS3

Fall	Zylinderende	Randbedingung	Wert von $C_\theta$
1	Ende 1 Ende 2	BC1 BC1	1,5
2	Ende 1 Ende 2	BC1 BC2	1,25
3	Ende 1 Ende 2	BC2 BC2	1,0
4	Ende 1 Ende 2	BC1 BC3	0,6
5	Ende 1 Ende 2	BC2 BC3	0
6	Ende 1 Ende 2	BC3 BC3	0

abgelesen:

$C_\theta := 1.25$

Tabelle D.3 - Umfangsbeulfaktoren  $C_\theta$  für mittellange Zylinder

Hinweis in Anlehnung an DIN 18800-4:  
 Falls  $C_\theta = 0$  darf ideale Umfangsspannung unabhängig von der Länge des Zylinders nach Gleichung D.25 ermittelt werden

Bedingung nach Gl. D.20 für mittellange Zylinder:

$$\text{Bedingung} := \begin{cases} \text{"erfüllt"} & \text{if } 20 \leq \frac{\omega}{C_\theta} \leq 1.63 \cdot \frac{R}{T} \\ \text{"nicht erfüllt"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Bedingung = "erfüllt"

Umfangsbeulspannung für mittellange Zylinder nach Gl. D.21

$$\sigma_{\theta, Rcr.1} := 0.92 \cdot E \cdot \left( \frac{C_\theta}{\omega} \right) \cdot \left( \frac{T}{R} \right) \quad \sigma_{\theta, Rcr.1} = 5.49 \frac{N}{mm^2}$$

### Kurze Kreiszyylinder

Fall	Zylinderende	Randbedingung	$C_{\theta s}$
1	Ende 1 Ende 2	BC1 BC1	$1,5 + \frac{10}{\omega^2} - \frac{5}{\omega^3}$
2	Ende 1 Ende 2	BC1 BC2	$1,25 + \frac{8}{\omega^2} - \frac{4}{\omega^3}$
3	Ende 1 Ende 2	BC2 BC2	$1,0 + \frac{3}{\omega^{1,35}}$
4	Ende 1 Ende 2	BC1 BC3	$0,6 + \frac{1}{\omega^2} - \frac{0,3}{\omega^3}$
Mit $\omega = \frac{1}{\sqrt{r t}}$			

Tabelle D.4 - Umfangsfaktoren  $C_{\theta s}$  für kurze Zylinder  
 Achtung: Der Zähler von  $\omega$  muss heißen: L wie Länge

Von der Tabelle abgelesen:

FALL := 3

$$C_{\theta,s} := \begin{cases} 1.5 + \frac{10}{\omega^2} - \frac{5}{\omega^3} & \text{if FALL} = 1 \\ 1.25 + \frac{8}{\omega^2} - \frac{4}{\omega^3} & \text{if FALL} = 2 \\ 1.0 + \frac{3}{\omega^{1.35}} & \text{if FALL} = 3 \\ 0.6 + \frac{1}{\omega^2} - \frac{0.3}{\omega^3} & \text{if FALL} = 4 \end{cases} \quad C_{\theta,s} = 1.01$$

Bedingung nach Gl. D.22 für kurze Zylinder:

$$\text{Bedingung} := \begin{cases} \text{"erfüllt"} & \text{if } \frac{\omega}{C_{\theta}} < 20 \\ \text{"nicht erfüllt"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Bedingung = "nicht erfüllt"

Ideale Umfangsbeulspannung nach Gl. D.23:

$$\sigma_{\theta,Rcr.2} := 0.92 \cdot E \cdot \left( \frac{C_{\theta,s}}{\omega} \right) \left( \frac{T}{R} \right) \quad \sigma_{\theta,Rcr.2} = 4.41 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

### Lange Kreiszyylinder

Bedingung nach Gl. D.24 für lange Kreiszyylinder:

$$\text{Bedingung} := \begin{cases} \text{"erfüllt"} & \text{if } \frac{\omega}{C_{\theta}} > 1.63 \cdot \frac{R}{T} \\ \text{"nicht erfüllt"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Bedingung = "nicht erfüllt"

Ideale Umfangsbeulspannung nach Gl. D.25

$$\sigma_{\theta,Rcr.3} := E \cdot \left( \frac{T}{R} \right)^2 \cdot \left[ 0.275 + 2.03 \cdot \left( \frac{C_{\theta}}{\omega} \cdot \frac{R}{T} \right)^4 \right] \quad \sigma_{\theta,Rcr.3} = 1138 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

**Maßgebende ideale Umfangsbeulspannung:**

$$\sigma_{\theta, Rcr} := \begin{cases} \sigma_{\theta, Rcr.1} & \text{if } 20 \leq \frac{\omega}{C_{\theta}} \leq 1.63 \cdot \frac{R}{T} \\ \sigma_{\theta, Rcr.2} & \text{if } \frac{\omega}{C_{\theta}} < 20 \\ \sigma_{\theta, Rcr.3} & \text{if } \frac{\omega}{C_{\theta}} > 1.63 \cdot \frac{R}{T} \end{cases}$$

$$\sigma_{\theta, Rcr} = 5.49 \frac{N}{mm^2}$$

## Imperfektionen

Herstelltoleranz- Qualitätsklasse	Beschreibung	$\alpha_{\theta}$
Klasse A	exzellent	0,75
Klasse B	hoch	0,65
Klasse C	normal	0,50

Tabelle D.5 - Elastischer Imperfektions-Abminderungsfaktor  $\alpha_{\theta}$   
 in Abhängigkeit von der Herstellungsqualität

gewählt: Toleranzklasse B "hoch"

$$\alpha_{\theta} := 0.65$$

Parameter nach der Gleichung D.26:

$$\lambda_{\theta,0} := 0.40 \quad \beta := 0.6 \quad \eta := 1.0$$

Bez. Schlankheitsgrad (Gl. 8.17):  $\lambda_{\theta} := \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{\theta, Rcr}}}$   $\lambda_{\theta} = 6.54$

Plastische Grenzsclankheit (Gl. 8.16):

$$\lambda_p := \sqrt{\frac{\alpha_{\theta}}{1 - \beta}} \quad \lambda_p = 1.27$$

Beul-Abminderungsfaktoren nach Gln. 8.13, 8.14 und 8.15

$$\chi_{13} := 1$$

$$\chi_{14} := 1 - \beta \cdot \left( \frac{\lambda_{\theta} - \lambda_{\theta,0}}{\lambda_p - \lambda_{\theta,0}} \right)^{\eta} \quad \chi_{14} = -3.214$$

$$\chi_{15} := \frac{\alpha_{\theta}}{\lambda_{\theta}^2}$$

$$\chi_{15} = 0.01518$$

Maßgebender Abminderungsfaktor

$$\chi_{\theta} := \begin{cases} \chi_{13} & \text{if } \lambda_{\theta} \leq \lambda_{\theta,0} \\ \chi_{14} & \text{if } \lambda_{\theta,0} < \lambda_{\theta} < \lambda_p \\ \chi_{15} & \text{if } \lambda_p \leq \lambda_{\theta} \end{cases}$$

$$\chi_{\theta} = 0.01518$$

### Charakteristische Beulspannung nach Gl. 8.12

$$\sigma_{\theta,Rk} := \chi_{\theta} \cdot f_y$$

$$\sigma_{\theta,Rk} = 3.568 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

### Teilsicherheitsbeiwert nach Abs. 8.5.2 (3)

$$\gamma_M := 1.1$$

### Bemessungswert der Beulspannung nach Gl. 8.11

$$\sigma_{\theta,Rd} := \frac{\sigma_{\theta,Rk}}{\gamma_M}$$

$$\sigma_{\theta,Rd} = 3.243 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

### Äquivalenter konstanter Außendruck für Wind nach Abs. D.1.3.2 (4)

Beiwert Gl. D.29  $k_w := 0.46 \cdot \left( 1 + 0.1 \cdot \sqrt{\frac{C_{\theta}}{\omega} \cdot \frac{R}{T}} \right)$

$$k_w := \max(\min(k_w, 1), 0.65)$$

$$k_w = 0.558$$

$$k_w = 0.650$$

Größter Druckwert im Staupunkt aus EC1-4

$$q_{w,max} := 0.80 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Gleichmäßiger Außendruck als Ersatzlast für den ungleichmäßig verteilten Winddruck

$$q_{eq} := k_w \cdot q_{w,max}$$

$$q_{eq} = 0.520 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Bemessungswert der Umfangsdruckspannung nach Abs. D.1.3.2 (5)

$$\sigma_{\theta,Ed} := (q_{eq} + q_s) \cdot \frac{R}{T}$$

$$\sigma_{\theta,Ed} = 0.41 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Hinweis:



Falls der Behälter belüftet ist, kann kein Betriebsunterdruck auftreten.  
Wenn die Belüftungsöffnung im Lee liegt, kann durch "Leersaugen" im Behälter Unterdruck entstehen (siehe Abs. 5.2.3 (3)) "Windeffekte an Öffnungen und Durchdringungen".  
Je nach Größe der Belüftungsöffnung und dem Behältervolumen können die Werte  $k_s$  zwischen 0 und 0,6 liegen

$k_s$  gewählt oder aus genauerer Berechnung

$$k_s := 0.4$$

$$q_s := k_s \cdot q_{w,max}$$

$$q_s = 0.320 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

### Ausnutzungsgrad der Grenzbeulspannung

$$\eta := \frac{\sigma_{\theta,Ed}}{\sigma_{\theta,Rd}}$$

$$\eta = 0.13$$

## Beulnachweis nach EN 1993-1-6 für Axialdruck

(Formular EC3-1-6\_axial\_09-03-15.xmcd)

Gleichungs- und Abschnittsnummern beziehen sich auf EC3-1-6:2007

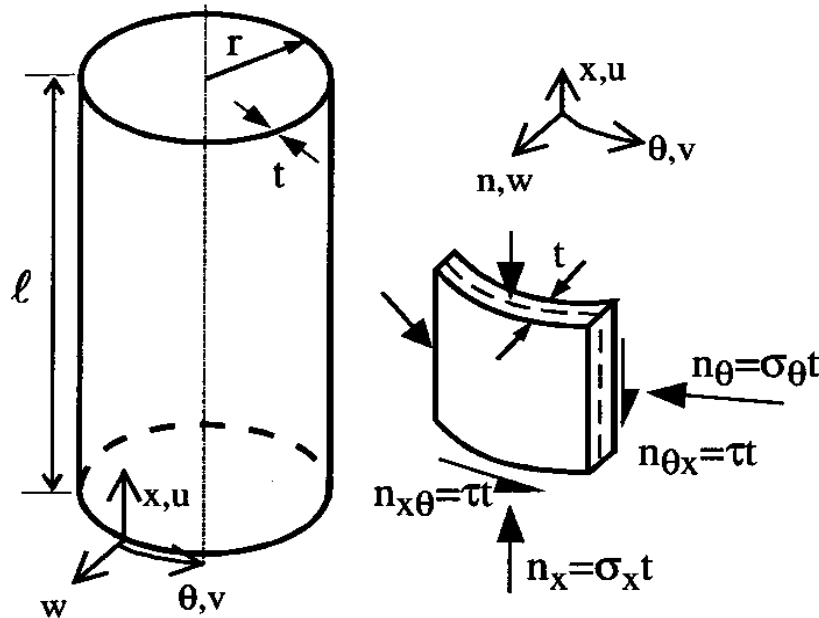


bild1

### Geometrie

$$R := \frac{4.00\text{m}}{2}$$

$$R = 2000\text{mm}$$

$$T := 5.0\text{mm}$$

$$L := 1.00\text{m}$$

### Werkstoff

$$E := 2.1 \cdot 10^5 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$f_{y,k} := 235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

### Lasten

Bemessungswert des ständigen (garantiert vorhandenen) Innendruckes  
 (siehe Abs. D.1.5.2 Gl. D.42 und D.44)  
 hier in mmWS, 1 mbar entspr. 10 mmWS

$$p_s := 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 0\text{mm} \cdot 1.0$$

$$p_s = 0.00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

### Parameter

geometrische Schlankheit

$$RT := \frac{R}{T}$$

$$RT = 400$$

Längenverhältnis

$$LR := \frac{L}{R}$$

$$LR = 0.50$$

Längenparameter (Gl. D.1)

$$\omega := \frac{L}{R} \cdot \sqrt{\frac{R}{T}}$$

$$\omega = 10$$

Kein Nachweis erforderlich für  $R/T \leq$

$$\frac{0.03 \cdot E}{f_{y,k}} = 26.8$$

### Kurze Kreiszyylinder

Bedingung nach Gl. D.5 für kurze Zylinder

$$D5 := 1.7$$

$$\text{Bedingung} := \begin{cases} \text{"erfüllt"} & \text{if } \omega \leq D5 \\ \text{"nicht erfüllt"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\boxed{\text{Bedingung} = \text{"nicht erfüllt"}}$$

Beiwert nach Gl. D6

$$C_{x,D6} := 1.36 - \frac{1.83}{\omega} + \frac{2.07}{\omega^2}$$
$$C_{x,D6} = 1.198$$

### Mittellange Kreiszyylinder

Bedingung nach Gl. D.3 für mittellange Zylinder

$$D3upper := 0.5 \cdot \frac{R}{T}$$
$$D3upper = 200$$

$$\text{Bedingung} := \begin{cases} \text{"erfüllt"} & \text{if } \omega \leq D3upper \wedge D5 \leq \omega \\ \text{"nicht erfüllt"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\boxed{\text{Bedingung} = \text{"erfüllt"}}$$

Beiwert nach Gl. D.4

$$C_{x,D4} := 1.0$$

Info: Halbwellenlänge der elastischen Schachbrettbeule

$$L_{H,Schach} := 3.456 \cdot \sqrt{R \cdot T}$$
$$L_{H,Schach} = 346 \text{ mm}$$

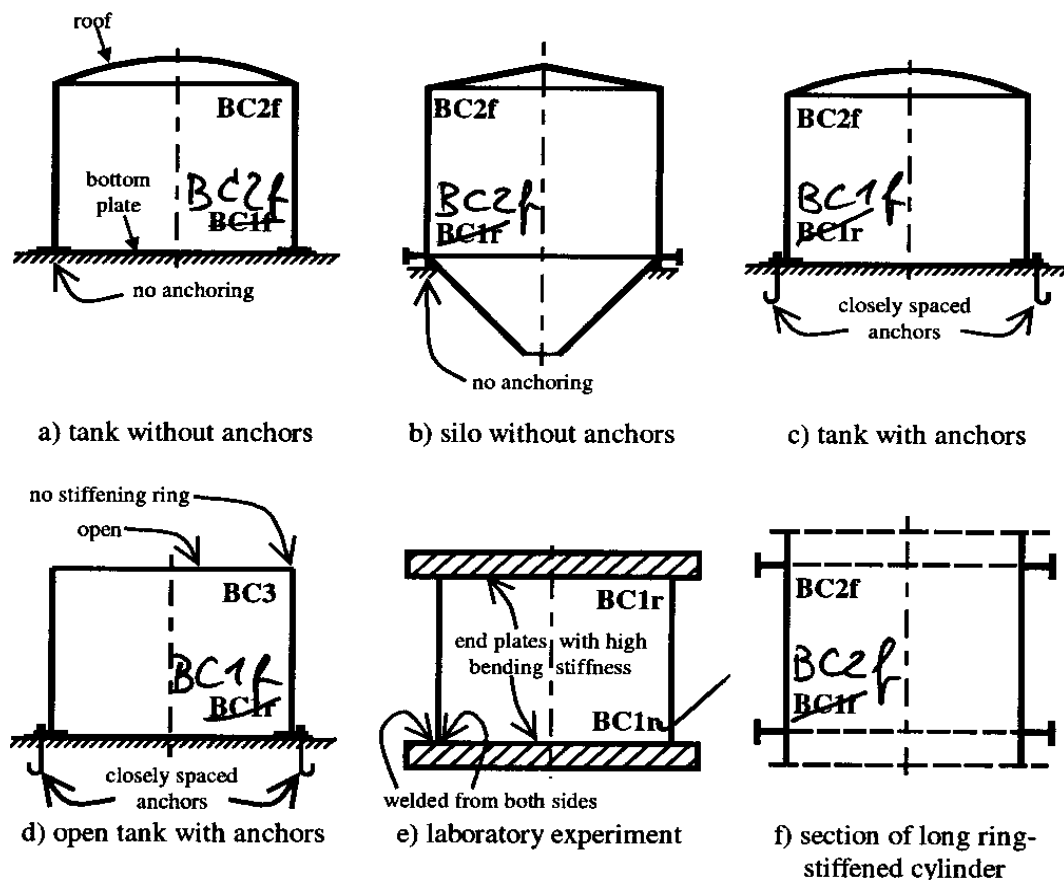
Info: Halbwellenlänge der elastischen Ringbeule

$$L_{H,Ring} := 1.728 \cdot \sqrt{R \cdot T}$$
$$L_{H,Ring} = 173 \text{ mm}$$

Info: Halbwellenlänge der plastischen Ringbeule - identisch mit der Biegestörhalbwelle

$$L_{H,pl} := 2.444 \cdot \sqrt{R \cdot T}$$
$$L_{H,pl} = 244 \text{ mm}$$

### Lange Kreiszyylinder



**Figure 8.1: Schematic examples of boundary conditions for limit state LS3**

bild2

**Table D.1: Parameter  $C_{xb}$  for the effect of boundary conditions on the critical meridional buckling stress in long cylinders**

Case	Cylinder end	Boundary condition	$C_{xb}$
1	end 1 end 2	BC 1 BC 1	6
2	end 1 end 2	BC 1 BC 2	3
3	end 1 end 2	BC 2 BC 2	1

bild3

Beiwert aus Tabelle D.1 abgelesen  
 für Randbedingungen aus Bild 8.1

$$C_{xb} := 1$$

Bedingung nach Gl. D.7 für lange Zylinder

$$D7 := 0.5 \cdot \frac{R}{T} \quad D7 = 200$$

$$\text{Bedingung} := \begin{cases} \text{"erfüllt"} & \text{if } \omega > D7 \\ \text{"nicht erfüllt"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Bedingung = "nicht erfüllt"

Beiwert nach Gl. D.9  $C_{x,D9} := 1 + \frac{0.2}{C_{xb}} \cdot \left(1 - 2 \cdot \omega \cdot \frac{T}{R}\right)$   $C_{x,D9} = 1.190$

Begrenzung nach D.10  $C_{x,D10} := \max(C_{x,D9}, 0.6)$   $C_{x,D10} = 1.190$

### Maßgebender Beiwert

$$C_x := \text{wenn}(\omega \leq D5, C_{x,D6}, \text{wenn}(\omega \leq D3_{\text{upper}}, C_{x,D4}, C_{x,D10}))$$

$C_x = 1.000$

### Ideale Meridianbeulspannung nach Gl. D.2

$$\sigma_{x,Rcr} := 0.605 \cdot E \cdot C_x \cdot \frac{T}{R} \quad \sigma_{x,Rcr} = 318 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

bez. Schlankheit Gl. 8.17  $\lambda_x := \sqrt{\frac{f_{y,k}}{\sigma_{x,Rcr}}}$   $\lambda_x = 0.860$

### Imperfektionen

**Table D.2: Values of fabrication quality parameter Q**

Fabrication quality class	tolerance	Description	Q
Class A		Excellent	40
Class B		High	25
Class C		Normal	16

bild4

Erforderlicher Fertigungsstandard gewählt:

$Q := 25$

Charakteristische Imperfektionsamplitude, bezogen auf die Wanddicke (Gl. D.15)

$$\Delta w_k := \frac{1}{Q} \cdot \sqrt{\frac{R}{T}} \quad \Delta w_k = 0.80$$

Imperfektionsfaktor (Gl. D.14)

$$\alpha_x := \frac{0.62}{1 + 1.91 \cdot \Delta w_k^{1.44}} \quad \alpha_x = 0.260$$

### Beullastverändernde Wirkung des Innendruckes

Innendruckparameter nach Gl. D.42

$$p_{s,quer} := \frac{p_s}{\sigma_{x,Rcr}} \cdot \frac{R}{T} \quad p_{s,quer} = 0.00 \times 10^0$$

Korrekturfaktor für den Innendruck nach Gl. D.41 (elastisches Stabilisieren)  
 NICHT für LANGE ZYLINDER (Abs. D.1.5.2 (4))

$$\alpha_{x,p,e} := \alpha_x + (1 - \alpha_x) \cdot \left( \frac{p_{s,quer}}{p_{s,quer} + \frac{0.3}{\sqrt{\alpha_x}}} \right) \quad \alpha_{x,p,e} = 0.260$$

Korrekturfaktor für den Innendruck nach Gl. D.43 (plastisches Destabilisieren)

Parameter Gl. 45  $s := \frac{1}{400} \cdot \frac{R}{T} \quad s = 1.00$

$$\alpha_{x,p,p} := \left[ 1 - \left( \frac{p_{s,quer}}{\lambda_x^2} \right)^2 \right] \cdot \left( 1 - \frac{1}{1.12 + s^{1.5}} \right) \cdot \left[ \frac{s^2 + 1.21 \cdot \lambda_x^2}{s \cdot (s + 1)} \right] \quad \alpha_{x,p,p} = 0.501$$

### Maßgebender Imperfektionsfaktor

$$\alpha_x := \min(\alpha_{x,p,e}, \alpha_{x,p,p}) \quad \alpha_x = 0.260$$

Parameter nach Gl. D.16  $\lambda_{x0} := 0.20$   $\beta := 0.60$   $\eta := 1.0$

Verbesserung der Grenzschlankheit für lange Zylinder Gl. D.17

Anteil der globalen Biegespannungen geschätzt  $k_B := 0.96$   
 - nur für lange Zylinder nach Gl. D.7, sonst Null setzen

$$\lambda_{x0} := \lambda_{x0} + 0.10 \cdot k_B \quad \lambda_{x0} = 0.30$$

Plastische Grenzschlankheit Gl. 8.16

$$\lambda_p := \sqrt{\frac{\alpha_x}{1 - \beta}} \quad \lambda_p = 0.81$$

Beul-Abminderungsfaktoren nach Gln. 8.13, 8.14 und 8.15

$$\chi_{13} := 1$$

$$\chi_{14} := 1 - \beta \cdot \left( \frac{\lambda_x - \lambda_{x0}}{\lambda_p - \lambda_{x0}} \right)^\eta \quad \chi_{14} = 0.336$$

$$\chi_{15} := \frac{\alpha_x}{\lambda_x^2} \quad \chi_{15} = 0.351$$

$$\chi := \text{wenn}(\lambda_x \leq \lambda_{x0}, \chi_{13}, \text{wenn}(\lambda_x \leq \lambda_p, \chi_{14}, \chi_{15})) \quad \chi = 0.351$$

**Charakteristische Beulspannung nach Gl. 8.12**

$$\sigma_{x,Rk} := \chi \cdot f_{y,k} \quad \sigma_{x,Rk} = 82.6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

**Teilsicherheitsbeiwert nach Abs. 8.5.2 (2)**

$$\gamma_{M1} := 1.1$$

**Bemessungswert der Beulspannung nach Gl. 8.11**

$$\sigma_{x,Rd} := \frac{\sigma_{x,Rk}}{\gamma_{M1}} \quad \sigma_{x,Rd} = 75.1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

## Knicknachweis in Ringebene - Ringträger Abzweigung nach DIN 18800 T2, planmäßig mittiger Druck

(Formular Ringträger\_Knicknachweis\_09-03-15.mcd)

### Werkstoff

Streckgrenze:

$$f_{y,k} := 235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\gamma_M := 1.1$$

$$E_k := 2.1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Bemessungswert der Streckgrenze:

$$f_{y,d} := \frac{f_{y,k}}{\gamma_M}$$

$$f_{y,d} = 214 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

**Tragender Querschnitt:**  
mittragende Anteile aus Zylinder, Kegel und ggfs. Ring (DUENQ)

Radius des Ringträgers:

$$R := \frac{4000\text{mm}}{2} - 16\text{mm}$$

$$R = 1984\text{mm}$$

### Querschnittswerte

$$A_{\text{Profil}} := 12.0\text{cm}^2$$

$$I_z := 66\text{cm}^4$$

$$N_{\text{pl},d} := A_{\text{Profil}} \cdot f_{y,d}$$

$$N_{\text{pl},d} = 256\text{kN}$$

Knicklast des Kreisringträgers für normalentreue Lasten (Petersen Stabilität)  
- liegt stark auf der sicheren Seite, siehe Knoedel/Ummenhofer Montpellier 2004

$$N_{\text{ki},d} := \frac{3 \cdot E_k \cdot I_z}{R^2 \cdot \gamma_M}$$

$$N_{\text{ki},d} = 96\text{kN}$$

bezogene Schlankheit:  $\lambda_k := \sqrt{\frac{N_{\text{pl},d}}{N_{\text{ki},d}}}$

$$\lambda_k = 1.634$$



Für geschweißte I-Querschnitte mit Wanddicken kleiner 40 mm bei Knicken um z-z gilt Knickspannungslinie = c (DIN 18800 Teil 2 Tabelle 5):

Beiwert nach (DIN 18800 Teil 2 Tab. 4)

$$\alpha := 0.49$$

DIN 18800 T2, El. 304, Gl. 4b

$$k := 0.5 \cdot \left[ 1 + \alpha \cdot (\lambda_k - 0.2) + \lambda_k^2 \right] \quad k = 2.186$$

$$\kappa := \begin{cases} 1 & \text{if } \lambda_k \leq 0.2 \\ \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_k^2}} & \text{if } \lambda_k > 0.2 \\ \frac{1}{\lambda_k \cdot (\lambda_k + \alpha)} & \text{if } \lambda_k > 3.0 \end{cases} \quad \kappa = 0.275$$

$$N_{R.d.\kappa} := \kappa \cdot N_{pl.d}$$

$$N_{R.d.\kappa} = 70 \text{ kN}$$

$$\sigma_{R.d.\kappa} := \kappa \cdot f_{y.d}$$

$$\sigma_{R.d.\kappa} = 59 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

**Vorhandene Normalkraft ( $\gamma$ -fach) :**

$$N_{S.d} := 82.8 \text{ kN}$$

$$N_{S.d} = 83 \text{ kN}$$

**Nachweis El. 314, Gl. 24**

$$\eta_{Bk} := \frac{N_{S.d}}{N_{R.d.\kappa}}$$

$$\eta_{Bk} = 1.175$$

Bedingung :=  $\begin{cases} \text{"erfüllt"} & \text{if } \eta_{Bk} \leq 1 \\ \text{"nicht erfüllt"} & \text{otherwise} \end{cases}$

**Bedingung = "nicht erfüllt"**