

## FEM – Beullasten, Zylinder unter Axiallast

### **0 Inhalt**

|   |              |   |
|---|--------------|---|
| 0 | Inhalt       | 1 |
| 1 | Allgemeines  | 1 |
| 2 | Geometrie    | 2 |
| 3 | Werkstoff    | 2 |
| 4 | Modellierung | 2 |
| 5 | Last         | 2 |
| 6 | Ergebnisse   | 3 |
| 7 | Bewertung    | 5 |
| 8 | Literatur    | 6 |

### **1 Allgemeines**

Im folgenden wird die Berechnung von Beullasten (hier: lineare Eigenwerte, Verzweigungslasten) eines geometrisch perfekten Zylinders unter Axiallast dargestellt.

Als Ergebnis erhält man die Beullast aus dem Produkt aus der aufgetragenen Auflast  $n_x$  [kN/m] und dem niedrigsten ermittelten Lastfaktor  $\lambda$  [dimensionslos].

$$n_{xSi} = n_x * \lambda$$

Die zugehörige Längsspannung im Zylindermantel

$$\sigma_{xSi} = n_x * \lambda / T$$

entspricht der "idealen Beulspannung" nach DIN 18800 Teil 4 Gleichung 26.

Der weitere Rechengang bis zur "Grenzbeulspannung", d.h. Berücksichtigung der Imperfektionen und Teilsicherheitsbeiwerte auf der Widerstandsseite, verläuft nach DIN 18800 Teil 4.

## **2 Geometrie**

Zylindermantel:  $D / H / T = 10000 \text{ mm} / 4000 \text{ mm} / 5 \text{ mm}$

Umfang: 31416 mm

Kopfringsteife:  $BR / TR = 150 \text{ mm} / 15 \text{ mm}$

Hinweis:

Durch Ausprobieren wurde festgestellt, daß diese Ringsteifenabmessungen knapp die Anforderungen an die "Mindeststeifigkeit" erfüllt.

## **3 Werkstoff**

Stahl

## **4 Modellierung**

45°-Segment (Achtel-Ausschnitt) abgebildet mit Symmetriebedingungen an den Längsrändern

Bogenlänge:  $31416 \text{ mm} / 8 = 3927 \text{ mm}$

maximale Elementkantenlänge:  $1000 \text{ mm} / 12 = 83 \text{ mm}$

Tatsächliche Elementgrößen im Zylindermantel:

Umfangsrichtung: 49 Elemente entspr. ca.  $1,1^\circ$  oder 80 mm

Längsrichtung: 49 Elemente entspr.  $4000 \text{ mm} / 49 = 82 \text{ mm}$

Elementanzahl: 2401 Elemente im Mantel

Tatsächliche Elementgrößen im Kopfring:

2 Elemente über die Ringtiefe entspr.  $150 \text{ mm} / 2 = 75 \text{ mm}$

## **5 Last**

Die klassische Beulspannung beträgt  $127 \text{ N/mm}^2$ , vgl. DIN 18800 Teil 4 Gleichung 26 (siehe Rechenblatt im Skript).

Diese Last wurde auf dem oberen Rand aufgebracht:

$$n_x = 127 \text{ N/mm}^2 * 5 \text{ mm} = 635 \text{ N/mm}$$

## 6 Ergebnisse

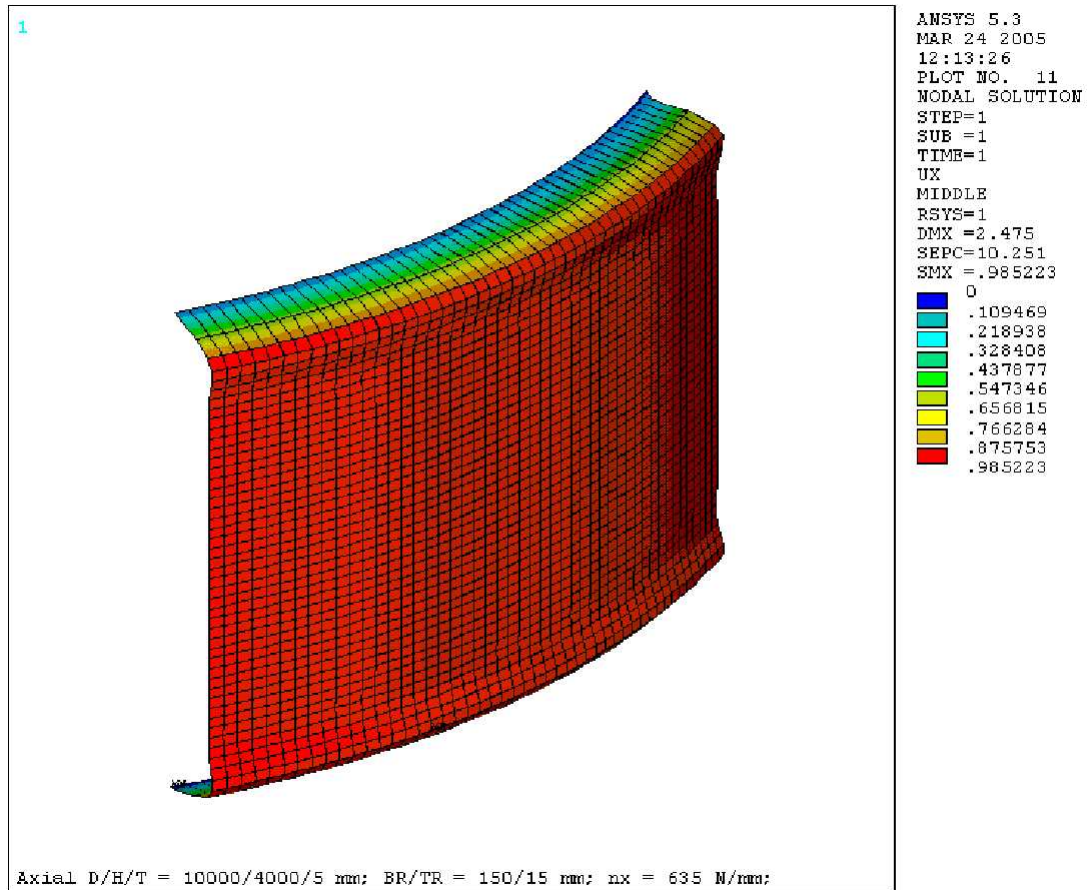


Bild 1: Linearer Verformungszustand unter Axiallast (Vorbeulzustand)  
(obere Ringsteife nicht dargestellt)

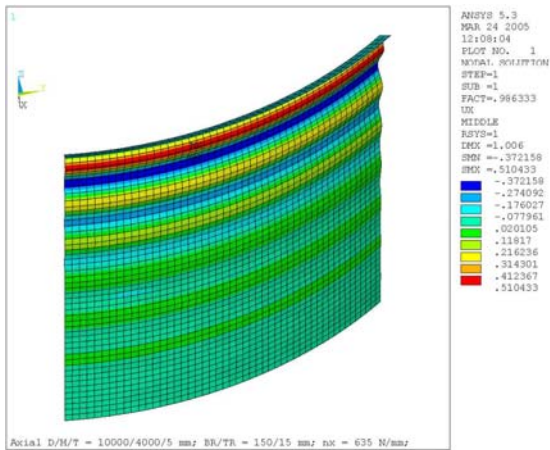


Bild 2: Eigenform Nr. 1,  $\lambda = 0,986$   
N = 0 Umfangs-Halbwellen

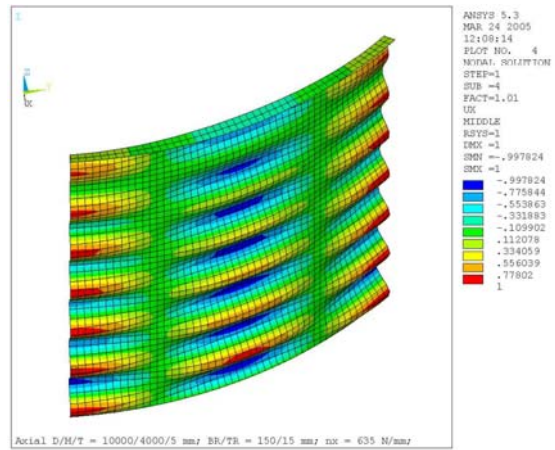


Bild 5: Eigenform Nr. 4,  $\lambda = 1,010$   
N = 16 Umfangs-Halbwellen

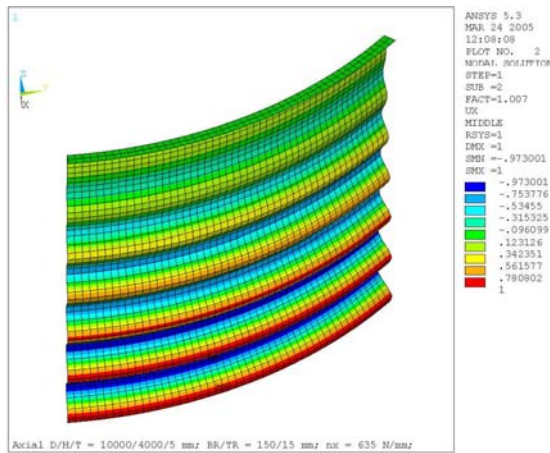


Bild 3: Eigenform Nr. 2,  $\lambda = 1,007$   
N = 0 Umfangs-Halbwellen

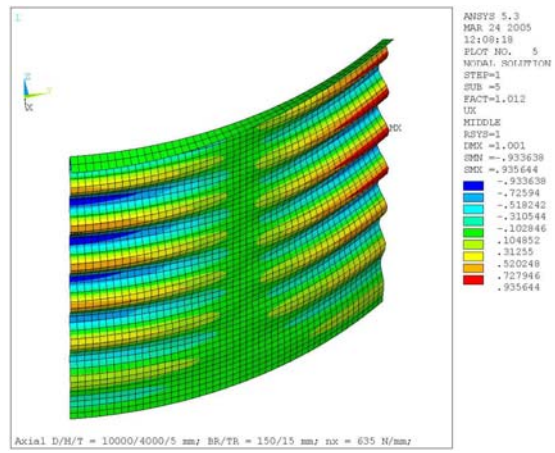


Bild 6: Eigenform Nr. 5,  $\lambda = 1,012$   
N = 8 Umfangs-Halbwellen

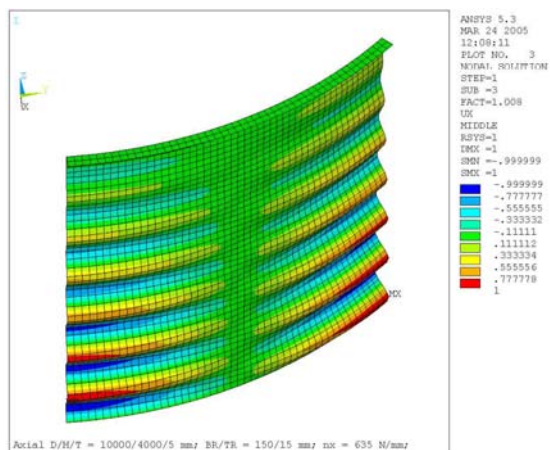


Bild 4: Eigenform Nr. 3,  $\lambda = 1,008$   
N = 8 Umfangs-Halbwellen

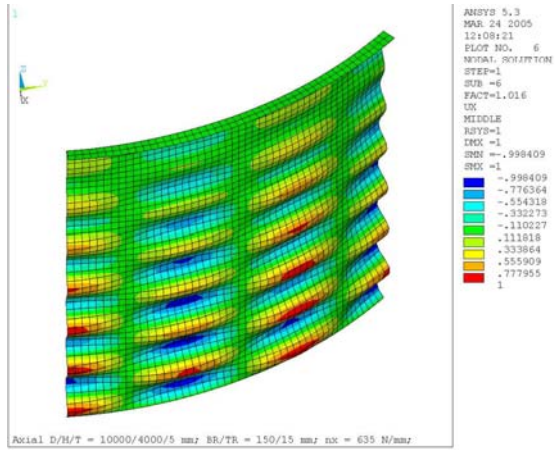


Bild 7: Eigenform Nr. 6,  $\lambda = 1,016$   
N = 24 Umfangs-Halbwellen

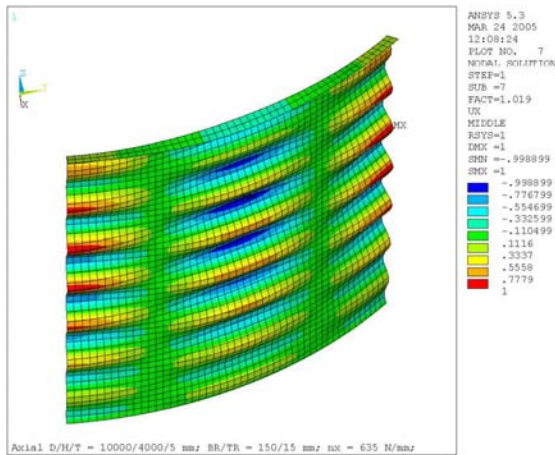


Bild 8: Eigenform Nr. 7,  $\lambda = 1,019$   
N = 16 Umfangs-Halbwellen

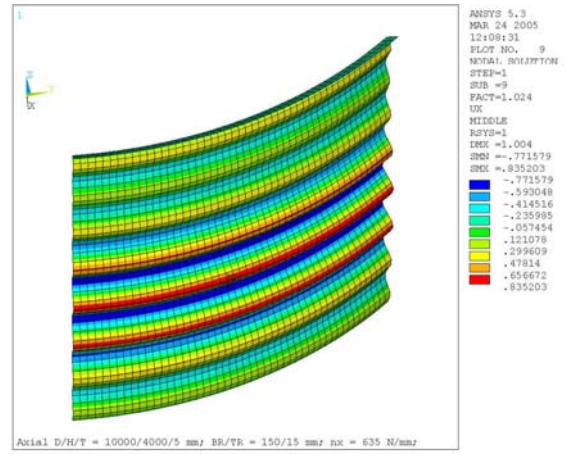


Bild 10: Eigenform Nr. 9,  $\lambda = 1,024$   
N = 0 Umfangs-Halbwellen

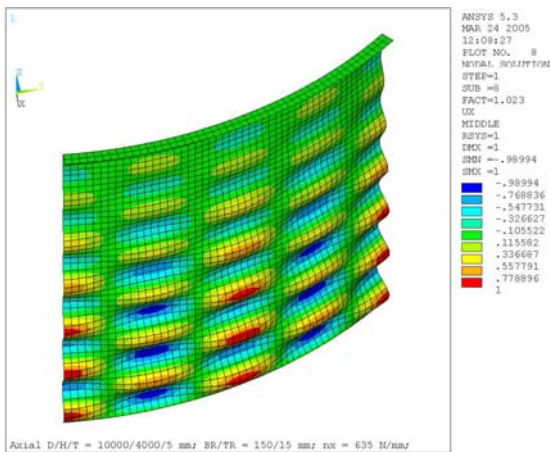


Bild 9: Eigenform Nr. 8,  $\lambda = 1,023$   
N = 32 Umfangs-Halbwellen

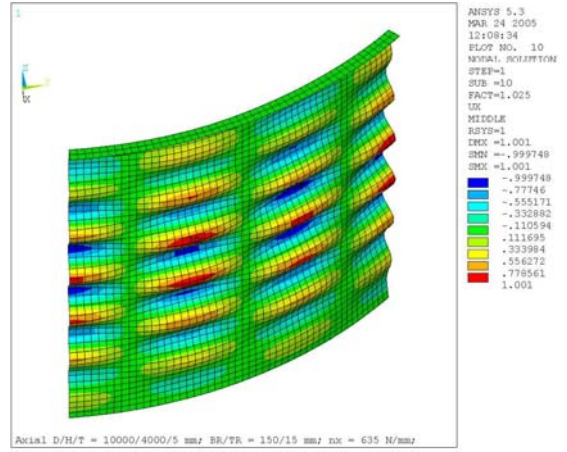


Bild 11: Eigenform Nr. 10,  $\lambda = 1,025$   
N = 24 Umfangs-Halbwellen

## 7 Bewertung

Durch das Modellieren eines Achtel-Systems werden alle Umfangswellenzahlen unterdrückt, die nicht durch 8 teilbar sind. Je nach Anforderung sollte man daher am Viertel- oder Halbsystem rechnen.

Folgendes ist auffällig:

- Viele Eigenwerte liegen dicht beieinander, die untersten 10 liegen in einem Bereich von  $0,986 < \lambda < 1,025$ .
- Die Welligkeit des Beulmusters sollte mit steigenden Eigenwerten zunehmen. Dies ist nicht erkennbar.
- Theoretisch ist eine Halbwellenlänge der Ringbeulen von 273 mm zu erwarten (siehe Rechenblatt). Zu erkennen sind Ringbeulen, die sich je Vollwelle (!) über ca. 6 Elemente erstrecken, das entspricht ca.  
 $L_{\text{Ring,voll}} = 6 * 82 \text{ mm} = 492 \text{ mm}$   
Dieser Wert liegt in der richtigen Größenordnung, jedoch sind offensichtlich die Elemente hierfür viel zu grob gewählt (es sollten mindestens 5 je Halbwelle sein).
- Theoretisch ist eine Halbwellenlänge der Schachbrettbeulen von 546 mm zu erwarten (siehe Rechenblatt). Zu erkennen sind keine Schachbrettbeulen. Die erkennbaren Muster haben bei maximal 32 Umfangshalbwellen eine Halbwellenlänge von  
 $L_{\text{Schach,halb}} = 31416 \text{ mm} / 32 = 982 \text{ mm}$   
In Umfangsrichtung sollte das Muster also um den Faktor 2 feinwelliger sein.

Möglicherweise lassen sich die festgestellten Abweichungen von den theoretischen Werten durch eine (deutlich) feinere Elementeinteilung beseitigen.

## **8 Literatur**

- [1] DIN 18800: Stahlbauten.  
Teil 4: Stabilitätsfälle, Schalenbeulen. November 1990.
- [2] Knödel, P.: Textmodul FEM sowie Textmodul Literatur. Lehrmaterialien zur Vorlesung Behälterbau an der Fachhochschule Karlsruhe, erreichbar unter [www.peterknoedel.de/lehre/lehre.htm](http://www.peterknoedel.de/lehre/lehre.htm), seit März 2003 laufend aktualisiert.