

Zylinder - Verträglichkeit mit unendlich steifer Bodenplatte

(Quelle: Girkmann Flächentragwerke Abs. 197; Formular Z-Vertraeg_Beton_05-09-26.mcd)

Geometrie

Radius $a := 5.0\text{m}$

Wanddicke $t := 30\text{cm}$

Werkstoff

Stahl - E-Modul $E := 30000 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$

Querdehnzahl $\mu := 0.3$

Parameter

Plattensteifigkeit $K := \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}$ $K = 74176 \text{ kNm}$

Wellenlängenparameter $\lambda := \frac{1}{\sqrt{a \cdot t}} \cdot \sqrt[4]{3 \cdot (1 - \mu^2)}$ $\lambda = 1.05 \frac{1}{\text{m}}$

Halbwellenlänge (=Abstand der Wendepunkte in der Biegelinie)

$\Lambda := \frac{\pi}{\lambda}$ $\Lambda = 2993 \text{ mm}$

Verformungen aus dem (freigeschnittenen) Membranspannungszustand:

Radiale Verformung $w_0 := 6.8\text{mm}$

Tangentenverdrehung (näherungsweise) $\chi_0 := 0 \frac{\text{mm}}{\text{mm}}$

Verträglichkeitsbedingung:

Bestimme für den freigeschnittenen Rand durch Rechnen (oder Probieren!) die Größen Ringkraft R und Kreppelmoment M so, daß sie Summe der Radialverschiebungen w und die Summe der Tangentenverdrehungen χ (chi) aus dem Membranspannungszustand und den Störgrößen jeweils Null ergibt.

$$w = w_R + w_M + w_0 \quad \text{gleich Null}$$

$$\chi = \chi_R + \chi_M + \chi_0 \quad \text{gleich Null}$$

Bereitstellen der Randgrößen für $x = 0$ aus den Arbeitsblättern Z-Stoer-R und Z-Stoer-M

(aus technischen Gründen als Koeffizientenmatrix geschrieben)

	R	M	Mem	
Gleichung 1	$\left(\frac{-1}{2 \cdot K \cdot \lambda^3} \quad \frac{1}{2 \cdot K \cdot \lambda^2} \quad w_0 \right)$			gleich Null
Gleichung 2	$\left(\frac{1}{2 \cdot K \cdot \lambda^2} \quad \frac{-1}{K \cdot \lambda} \quad \chi_0 \right)$			gleich Null
Gleichung 2 durch λ dividiert ergibt Gleichung 2a	$\left(\frac{1}{2 \cdot K \cdot \lambda^3} \quad \frac{-1}{K \cdot \lambda^2} \quad \frac{\chi_0}{\lambda} \right)$			gleich Null
Gleichungen 1 und 2a addiert ergibt Gleichung 3	$\left(0 \quad \frac{1}{2 \cdot K \cdot \lambda^2} + \frac{-1}{K \cdot \lambda^2} \quad w_0 + \frac{\chi_0}{\lambda} \right)$			gleich Null
Hauptnenner bilden und zusammen fassen ergibt Gleichung 3a	$\left(0 \quad \frac{-1}{2 \cdot K \cdot \lambda^2} \quad w_0 + \frac{\chi_0}{\lambda} \right)$			gleich Null
Nach M auflösen	$M := \left(w_0 + \frac{\chi_0}{\lambda} \right) \cdot 2 \cdot K \cdot \lambda^2$		$M = 1111 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$	
M in Gleichung 2 einsetzen ergibt Gleichung 4	$\left[\frac{1}{2 \cdot K \cdot \lambda^2} \quad 0 \quad \chi_0 - \frac{\left(w_0 + \frac{\chi_0}{\lambda} \right) \cdot 2 \cdot K \cdot \lambda^2}{K \cdot \lambda} \right]$			gleich Null
Kürzen ergibt Gleichung 4a	$\left[\frac{1}{2 \cdot K \cdot \lambda^2} \quad 0 \quad \chi_0 - \left(w_0 + \frac{\chi_0}{\lambda} \right) \cdot 2 \cdot \lambda \right]$			gleich Null
Nach R auflösen	$R := \left[\left(w_0 + \frac{\chi_0}{\lambda} \right) \cdot 2 \cdot \lambda - \chi_0 \right] \cdot 2 \cdot K \cdot \lambda^2$		$R = 2332 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$	